DOI: 10.34031/2618-7183-2019-2-1-37-44

Юрьев А.Г., доктор технических наук, профессор,
Зинькова В.А.*, начальник отдела создания и оценки объектов интеллектуальной собственности,
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, Россия,
Ата Эль-Карим Солиман, доктор философии,
Хелвен Университет, Каир, Арабская Республика Египет,
*Ответственный автор E-mail: vikzinkova@mail.ru

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ФЕРМЫ

Аннотация: полноту проектировочного расчета фермы составляют ее конфигурация и размеры при задании типа нагружения, характеристик материала и директивных габаритов. Проблема устойчивости равновесия с неизвестным заранее расположением сжатых стержней тормозила оптимизацию топологии и геометрии фермы. Предложенный вариационный метод синтеза ферм основан на принципе возможной работы и обобщении вариационных принципов Лагранжа и Кастильяно за счет расширения функционального пространства геометрических параметров. Решение физически линейной изопериметрической задачи при заданном объеме материала фермы позволило установить ее квазиравнонапряженность, что стало проектировочным критерием при постановке задачи оптимизации геометрии. Ее условием является стационарность функционала относительно варьируемых геометрических параметров при заданной гибкости сжатых стержней. Итерационная процедура, вызванная изменением первоначально принятых знаков продольных сил, основана как на непосредственной их корректировке, так и на изменении гибкости отдельных стержней. Глобальному минимуму потенциальной энергии деформации оптимальной фермы сопутствует глобальный минимум расхода материала. Предложенное программное обеспечение позволяет вести автоматизированный проектировочный расчет фермы. Рассмотрен пример проектирования металлической фермы.

Ключевые слова: топология и геометрия фермы, вариационные принципы синтеза конструкций, критерий оптимальности, устойчивость равновесия

Введение

«Ферма (франц. ferme, от лат. firmus – крепкий, прочный), несущая конструкция, состоящая из прямолинейных стержней, узловые соединения которых при расчете условно принимаются шарнирными. Фермы применяют главным образом в строительстве (покрытия зданий, пролетные строения мостов, мачты, опоры линий электропередачи, гидротехнические затворы и др.), а также в качестве несущих конструкций машин и механизмов. По виду материала различают металлические, железобетонные, деревянные и комбинированные (например, металлодеревянные) фермы. Тип фермы и ее очертания определяются назначением здания или сооружения, видом покрытия, способом опирания фермы и т.д. Узлы фермы, хотя и считаются шарнирными, практически обладают той или иной степенью жесткости. При проектировании фермы, как правило, обеспечивается узловое приложение внешней нагрузки… Допущение о шарнирном соединении узлов и узловом приложении нагрузки позволяют учитывать при расчете фермы только осевые продольные усилия в стержнях (при этом в поперечных сечениях стержней возникают равномерно распределенные напряжения, позволяющие наиболее эффективно использовать материал)» [1].

Исходные предпосылки о равнонапряженности сечения фермы вызывают стремление к равнонапряженности всей ее конструкции, что определяется выбором надлежащей топологии и геометрии системы и в определенной мере зависит от типа внешней нагрузки.

Под топологией мы понимаем предопределение узлов и способ их соединения между собой для образования геометрически неизменяемой системы. Если расположение узлов на этапе задания топологии неопределенное, то в дальнейшем они должны занять конкретное положение и обусловить позиции стержней фермы, то есть ее геометрию.

Оптимизация топологии фермы может производиться за счет изменения числа узлов, структуры решетки (например, постановки восходящих или нисходящих раскосов, наличия или отсутствия стоек). Математическая формализация этого процесса оказывается довольно сложной. В отдельных случаях введение функций и матриц влияния обеспечивает компактное представление постановки задачи.

Законы структурообразования, вытекающие из принципа стационарного действия, должны прослеживаться как в организации природы, так и в доведенных до совершенства конструкциях [2].

Немецкий ученый В. Ру сформулировал закон «борьбы элементов» в организме, по которому максимум работы осуществляется минимумом материала [3]. Постоянное функциональное раздражение вызывает усиление действующего органа путем повышения поставки вещества. Отсутствие раздражения позволяет перенести вещество в другие органы, где, напротив, налицо повышение раздражения. Таков процесс «обволакивания» материей силового поля.

В работе [4] приведены формулировки и доказательства трех теорем о структурных изменениях, показано применение этих теорем к оптимизации топологии шарнирных конструкций. Изложено также исследование топологических изменений в конструкциях, с тем чтобы выяснить главные факторы, влияющие на их функционирование.

Проектировочные расчеты ферм, касающиеся их топологии и геометрии, не получили развития. Причиной, скорее всего, была проблема устойчивости сжатых стержней, которые в неизбежном итерационном расчете могли менять свое положение, не гарантируя тем самым быструю сходимость решения.

Важно отметить, что и сама постановка проектировочного расчета на основе субъективного критерия оптимальности не вписывалась в алгоритм решения задачи механики деформируемого твердого тела, поскольку чаще всего он был экономической категорией (минимум объема, массы, стоимости материала). Так или иначе, но ранние работы по проектированию ферм [5-8] вспоминаются как весьма приближенный подход к созданию оптимальных конструкций.

Материалы и методы

Постановка задач структурного анализа и синтеза требует методологического единства. Единство физических форм движения материи выражается общефизическим принципом – принципом стационарного действия (по Гамильтону). Различие физических форм движения материи выражается в специальном подборе на основе опытных данных имеющей энергетический смысл функции Лагранжа, входящей в выражение интеграла по времени, называемое действием. В замкнутой системе ее энергия имеет стационарное собственное значение.

Если воздействие на деформируемое тело таково, что к нему подводится только механическая энергия T, кинетическая энергия не возникает, а потенциальная энергия ограничивается потенциальной энергией деформации U, то уравнение закона сохранения энергии (стационарности собственного значения) представляется в следующей форме:

$$dU - dT = 0. \tag{1}$$

Если заменить действительное приращение d на произвольное δ, то равенства нулю уже не будет:

$$\delta U - \delta T = \delta J. \tag{2}$$

При совпадении δU и δT с величинами dU и dT уравнение переходит в уравнение энергии и выражает принцип возможной работы.

Приращения величин U и T зависят от приращений ряда параметров: 1) перемещений, 2) внутренних сил, 3) конфигурации тела, 4) модулей материала, 5) нагрузки. Влияние первых двух факторов учтено при формулировке принципа возможных перемещений (принципа Лагранжа), принципа возможного изменения напряженного состояния (принцип Кастильяно) и других принципов, используемых для анализа деформирования тела.

Расширение функционального пространства за счет полей функций конфигурации, модулей материала тела и нагрузки позволяет сформировать новые вариационные принципы, которые можно использовать для синтеза конструкций и нагрузки [9, 10].

В отличие от исходных принципов Лагранжа и Кастильяно, их обобщенные аналоги, используемые в задачах синтеза конструкций, формулируются при дополнительных условиях (в форме уравнений связи), накладываемых на искомые функции, в числе которых – функции напряженно-деформированного состояния, конфигурации, модулей упругости материала. При усилении конструкции представляет интерес ее остаточный ресурс [11].

Следствием стационарности обобщенного функционала являются уравнения Эйлера – Лагранжа вариационной задачи, естественные граничные условия, уравнения связи и специфические уравнения структурообразования. Последние играют роль отсутствующего в явной форме проектного критерия, который в данном случае, как имеющий теоретическое обоснование, носит объективный характер.

Изопериметрическая задача, являющаяся одной из основных задач классического вариационного исчисления [12], в синтезе конструкций также занимает видное место. При дополнительном условии

$$\int_V dV = c\,, \tag{3}$$

где V – объем материала, c – постоянная величина, и пренебрежении объемными силами свободная от нагрузки граница тела представляет собой изоэнергетическую поверхность:

$$u_s = \text{const}, \tag{4}$$

где u_s – удельная потенциальная энергия деформации в точках поверхности.

В то же время можно задать величину потенциальной энергии системы и определять конфигурацию тела из условия, чтобы функционал объема достиг стационарного значения. Это следует из двойственности постановки задач на условной экстремум с интегральными связями [10]. Таким образом, достаточное условие для достижения абсолютного (глобального) экстремума функционалом цели может дать лишь введение энергетического начала в процедуру оптимального проектирования.

Упомянутые выше сугубо экономические критерии становятся неприемлемыми. Необходимость в весовой оптимизации отпадает вообще, поскольку энергетический подход обеспечивает глобальный минимум расхода материала.

При линейном физическом законе, используемом в данной работе, функционал выражает потенциальную энергию деформации.

Базовые вариационные принципы Лагранжа и Кастильяно сформулированы без учета проблемы устойчивости равновесия. Прочность элементов металлической фермы, подверженных центральному растяжению или сжатию силой N, выполняется по формуле [13]

$$|N|/A_n \leq R, \tag{5}$$

где A_n – площадь поперечного сечения элемента нетто, R – расчетное сопротивление растяжению или сжатия металла.

Расчет на устойчивость элементов фермы, подверженных сжатию, выполняется по формуле:

$$|N|/\varphi A \leq R, \tag{6}$$

где A – площадь поперечного элемента брутто, φ – коэффициент продольного изгиба.

Введем виртуальное усилие N_i/φ_i. Коэффициент φ_i для растянутых стержней равен единице, а для сжатых принимается как заданная величина, исходя из ограничения гибкости λ элементов пояса и решетки.

Принимая в дальнейшем $A_n = A$, остановим внимание на формуле (6).

Рассмотрим изопериметрическую задачу, в которой предполагается заданным объем однородного линейно-упругого материала фермы:

$$\sum\nolimits_{i=1}^{n} A_i l_i = V_0, \tag{7}$$

где l_i – длина i-го стержня, n – число стержней, а в качестве варьируемых параметров принимаются площади поперечных сечений A_i.

Обобщенный функционал Кастильяно имеет следующий вид:

$$J = \sum\nolimits_{i=1}^{n} \frac{N_i^2 l_i}{2EA_i \varphi_i^2} + \mu\left(\sum\nolimits_{i=1}^{n} A_i l_i - V_0\right), \tag{8}$$

где E – модуль продольной упругости материала, μ – множитель Лагранжа, имеющий постоянную величину в изопериметрической задаче.

Следствием стационарности функционала (8) являются m уравнений совместности деформаций (m – число лишних связей):

$$\partial J/\partial N_m = 0, \tag{9}$$

уравнение связи (7) и n уравнений структурообразования из условий $\frac{\partial J}{\partial A_i} = 0$:

$$-\frac{N_i^2}{2EA_i^2\varphi_i^2} + \mu = 0. \tag{10}$$

Так как $N_i/(\varphi_i A_i)$ выражает виртуальное напряжение $\tilde{\sigma}_i$, то вытекающая из уравнения (10) зависимость

$$|\tilde{\sigma}_i| = \sqrt{2E\mu}(= \text{const}) \tag{11}$$

выражает квазиравнонапряженность фермы, а зависимость

$$|\tilde{\sigma}_i| = R \qquad (12)$$

ее квазиравнопрочность.

Равенство (12) является критерием оптимизации металлической фермы. В работе [14] доказано, что стержневая система может быть оптимальной только в случае ее статической определимости.

Выражение потенциальной энергии деформации после подстановки в него вместо $N_i/(\varphi_i A_i)$ величины R принимает вид:

$$U = \frac{R}{2E}\sum_{i=1}^{n}\frac{|N_i|l_i}{\varphi_i}. \qquad (13)$$

Оно является функционалом свободной вариационной задачи, решаемой на основе его стационарности и уравнений равновесия.

Оптимизация геометрии фермы производится при варьировании геометрических параметров θ_i (i=1, 2,…, k), в числе которых могут быть длины стержней, углы наклона поясов. Эти параметры входят в упомянутые уравнения равновесия, из которых определяются выражения продольных сил, входящих в зависимость (13). Неварьируемые длины стержней также представляются в виде зависимостей от параметров θ_i .

Таким образом, правая часть выражения (13) становится функцией параметров θ_i. Последние определяются из условий ее стационарности:

$$\partial U/\partial\theta_i = 0 \quad (i=1, 2,\ldots, k) \qquad (14)$$

Итерационная процедура, вызванная изменением первоначально принятых знаков продольных сил, основана как на непосредственной их корректировке, так и на изменении гибкости отдельных стержней.

Используя формулу (6), находим площади поперечных сечений:

$$A_i = \frac{|N_i|}{\varphi_i R}. \qquad (15)$$

Особенностью оптимальной конструкции фермы является равноустойчивость сжатых стержней. Элипс инерции трансформируется в окружность радиуса l_i/λ.

Таким образом алгоритм решения задачи оптимизации конфигурации фермы имеет следующие этапы: 1) задаем произвольную начальную конфигурацию фермы, ее директивные параметры, коэффициенты φ_i; 2) устанавливаем параметры изменения конфигурации θ_i (i=1, 2,…, k); 3) определяем выражения внутренних усилий в стержнях; 4) выделяем стержни с переменным знаком усилий и назначаем знаки в начальном приближении; 5) записываем выражение потенциальной энергии деформации по формуле (13); 6) выводим уравнения на основе условий удовлетворения критерию оптимальности конфигурации: $\partial U/\partial\theta_i = 0$ (i=1, 2,…, k); 7) решаем систему алгебраических уравнений; 8) проверяем удовлетворение принятым знакам внутренних усилий, при необходимости производим их корректировку или изменяем гибкость отдельных стержней.

Результаты и обсуждения

В качестве примера рассмотрим оптимизацию конфигурации стальной фермы (рис. 1) при F=70 кН и характеристиках материала: $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа, R=220 МПа.

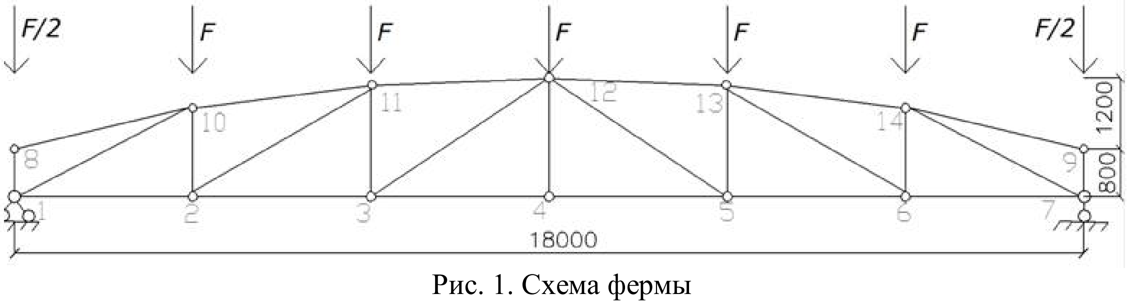

Рис. 1. Схема фермы
Fig. 1. Farm scheme

За варьируемые параметры принимаем длину стойки 2-10 (6-14), которую обозначим h_1, и длину стойки 3-11 (5-13), которую обозначим h_2. Длины стержней и продольные силы имеют следующие выражения:

$$\ell_{1\text{-}2} = d; \qquad N_{1\text{-}2} = 2{,}5Fd/h_1;$$
$$\ell_{2\text{-}3} = d; \qquad N_{2\text{-}3} = 2{,}5Fd[(1{,}6 - h_2/h_1)1/h_2 + 1/h_1];$$
$$\ell_{3\text{-}4} = d; \qquad N_{3\text{-}4} = 2{,}5Fd\{ [(1{,}6 - h_2/h_1)1/h_2 + 1/h]+(1/h_1)(1{,}8 - 1{,}6\, h/h_2)\};$$
$$\ell_{1\text{-}8} = 0{,}4h; \qquad N_{1\text{-}8} = -0{,}5F;$$
$$\ell_{2\text{-}10} = h_1; \qquad N_{2\text{-}10} = 2{,}5F(1{,}6 - h_2/h_1);$$
$$\ell_{3\text{-}11} = h_2; \qquad N_{3\text{-}11} = 2{,}5F(1{,}8 - 1{,}6\, h/h_2);$$
$$\ell_{4\text{-}12} = h; \qquad N_{4\text{-}12} = 0;$$
$$\ell_{1\text{-}10} = \sqrt{d^2 + h_1^2}; \qquad N_{1\text{-}11} = -2{,}5F\sqrt{d^2 + h_1^2}/h_1;$$
$$\ell_{2\text{-}11} = \sqrt{d^2 + h_2^2}; \qquad N_{2\text{-}11} = -2{,}5F(1{,}6 - h_2/h_1)|\sqrt{d^2 + h_2^2}|/h_2;$$
$$\ell_{3\text{-}12} = \sqrt{d^2 + h^2}; \qquad N_{3\text{-}12} = -2{,}5F(1{,}8 - 1{,}6\, h/h_2)\,|\sqrt{d^2 + h^2}\,|/h;$$
$$\ell_{8\text{-}10} = \sqrt{d^2 + (h_1 - 0{,}4h)^2}; \qquad N_{8\text{-}10} = 0;$$
$$\ell_{10\text{-}11} = \sqrt{d^2 + (h_2 - h_1)^2}; \qquad N_{10\text{-}11} = -2{,}5F|\sqrt{d^2 + (h_2 - h_1)^2}|/h_1;$$
$$\ell_{11\text{-}12} = \sqrt{d^2 + (h - h_2)^2}; \qquad N_{11\text{-}12} = -4F|\sqrt{d^2 + (h - h_2)^2}|/h_2.$$

Из приведенных выражений для усилий видно, что

1) стержень 2-3 растянут, если $h_2 < 1{,}6h_1$ и в то же время $|(1{,}6 - h_2/h_1)(1/h_2)| < 1/h_1$;

2) стержень 3-4 растянут, если $h_2 < 1{,}6h$ (или $h < 1{,}12h$) и в то же время положительное слагаемое превосходит модуль отрицательного слагаемого;

3) стержень 2-10 растянут, если $h_2 < 1{,}6h_1$;

4) стержень 3-11 растянут, если $h < 1{,}12h_2$;

5) стержень 2-11 сжат, если $h_2 < 1{,}6h_1$;

6) стержень 3-12 сжат, если $h < 1{,}12h_2$.

Считая растянутыми стержни 2-3, 3-4, 2-10, 3-11 и сжатыми - 2-11и 3-12, записываем выражение потенциальной энергии деформации, принимая в целях упрощения расчета коэффициент φ единым для всех сжатых стержней и равным 0,5, что соответствует гибкости λ=112.

Функционал (13) принимает вид:

$$U = 2\frac{2{,}5FR}{2E}\left[\frac{d^2}{h_1} + 2d^2\left(\frac{1{,}6 - \frac{h_2}{h_1}}{h_2} + \frac{1}{h_1}\right) + \frac{d^2}{h}\left(1{,}8 - \frac{1{,}6h}{h_2}\right) + \frac{0{,}08h}{0{,}5} + \frac{d^2 + h_1^2}{0{,}5h_1} + h_1\left(1{,}6 - \frac{h_2}{h_1}\right) + + \frac{\left(1{,}6 - \frac{h_2}{h_1}\right)(d^2 + h_2^2)}{0{,}5h_2} + \right.$$
$$\left. h_2\left(1{,}8 - 1{,}6\frac{h}{h_2}\right) + \frac{\left(1{,}8 - 1{,}6\frac{h}{h_2}\right)(d^2 + h^2)}{0{,}5h} + \frac{d^2 + (h_2 - h_1)^2}{0{,}5h_1} + \frac{1{,}6(d^2 + (h - h_2)^2)}{0{,}5h_2}\right]$$

При d=3 м, h=2 м имеем

$$U = \frac{2{,}5FR}{E}\left(5{,}6h_1 + \frac{27}{h_1} + 3{,}2h_2 + \frac{43}{h_2} + 20{,}06\right);$$
$$\frac{\partial U}{\partial h_1} = \frac{2{,}5FR}{E}\left(5{,}6 - \frac{27}{h_1^2}\right) = 0;$$
$$\frac{\partial U}{\partial h_2} = \frac{2{,}5FR}{E}\left(3{,}2 - \frac{43{,}2}{h_2^2}\right) = 0,$$

откуда h_1 = 2,196 м , h_2 = 3,67 м.

Условие $h_2 < 1{,}6h_1$ не выполняется на 4,3%. Оставляя в стороне изменение знаков усилий в стержнях 2-10 и 2-11, увеличим гибкость двух стержней, а именно 10-11 и 13-14: $\lambda = 115, \varphi = 0{,}48$. При этом:

$$U = \frac{2{,}5FR}{E}\left(5{,}68h_1 + \frac{27{,}72}{h_1} + 3{,}03h_2 + \frac{43{,}2}{h_2} + 0{,}08\,\frac{h_2^2}{h_1} + 20{,}06\right);$$
$$\frac{\partial U}{\partial h_1} = \frac{2{,}5FR}{E}\left(5{,}68 - \frac{27{,}72}{h_1^2} - \frac{0{,}08h_2^2}{h_1^2}\right) = 0;$$
$$\frac{\partial U}{\partial h_2} = \frac{2{,}5FR}{E}\left(3{,}03 - \frac{43{,}2}{h_2^2} + \frac{0{,}16h_2}{h_1}\right) = 0,$$

откуда h_1=2,26м, h_2=3,6м. Условие $h_2 < 1{,}6h_1$ выполняется. При этом *U*=12,57 кДж.

Полученная геометрия не позволяет ферме быть принятой в качестве покрытия сооружения по утилитарным соображениям. Но полученное решение сохраняет важное значение, так как позволяет теоретически оценить качество традиционных систем.

Для сопоставления рассмотрим ферма с двускатным верхним поясом, имеющую те же директивные параметры и материал. В этом случае h_1 = 1,2 м; h_2= 2,6 м. Потенциальная энергия деформации равна 14,92 кДж, что на 18,7 % превышает величину для оптимальной фермы.

Рассмотрим ферму имеющую параметры $h_1 = h_2 = 2$ м. Для нее величина *U* = 13,34 кДж, что на 6,1% превышает соответствующую величину для оптимального решения. Следовательно, второй вариант традиционной фермы оказывается предпочтительнее.

Вторая ферма по своим показателям близка к оптимальной системе. Фермы такого типа применяются в мостостроении. Для покрытий зданий преимущество перед ней по архитектурным и эксплуатационным качествам имеет ферму с двускатным верхним поясом, хотя и уступает в отношении расхода материала.

Данный алгоритм реализован в программе ЭВМ для определения оптимальной конфигурации плоской фермы. Программа позволяет определять оптимальную конфигурацию плоской фермы из однородного материала. Оптимизация осуществляется на основе проектного критерия минимума потенциальной энергии деформации, основанного на вариационных принципах синтеза несущих конструкций. В качестве варьируемых параметров принимаются высоты средних стоек. Пользователю предоставляются значения высот, формирующих оптимальную геометрию фермы.

Использование фибробетона в железобетонных фермах снижает поперечные деформации стержней. В необходимых случаях сжатые стержни могут иметь обоймы из полимеров, армированных волокнами. Это ведет к уменьшению их гибкости, увеличению прочности [15].

Выводы

Предложенный вариационный метод позволяет вести без особых осложнений проектировочный расчет статически определимой фермы с соблюдением условия устойчивости равновесия сжатых стержней, что исключалось или вызывало большие неудобства в предшествовавших работах в этой области. Установленный при линейной постановке задачи критерий квазиравнопрочности металлической фермы создает предпосылки для поиска ее оптимальной топологии и геометрии при задании типа нагрузки, директивных параметров, механических характеристик материала и гибкости сжатых стержней. Глобальному минимуму потенциальной энергии деформации оптимальной фермы сопутствует глобальный минимум расхода материала. Предложенное программное обеспечение позволяет вести автоматизированный проектировочный расчет фермы.

Литература

1. Большая Советская Энциклопедия / Под ред. А.М. Прохорова. 3-е изд. в 30 т. Т. 27. М: Советская Энциклопедия, 1977. 624 с.
2. Юрьев А.Г. Естественный фактор оптимизации топологии конструкций // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2013. №5. С. 46 – 48.
3. Roux W. Gesammelte Abhandlungen über Entwickelungsmechanik der Organismen. Bd 1-2. Leipzig, 1895.
4. Мажид К.И. Оптимальное проектирование конструкций. М.: Высшая школа, 1979. 238 с.
5. Levy M. La statique graphique et ses applications aux constructions, 1873.
6. Maxwell J.C. On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames // The Scientific Papers of James Clerk Maxwell. 1890. V. 2. P. 175 – 177.
7. Michell A.G.M. The limits of economy of materials in framestructures // Philosophical Magazine and Journal of Science. 1904. V. 8. № 47.
8. Pippard A.I.S. On a method for the direct design of framed structures having redundant bracing // Tech. Rep. Aero. Res. Comn. London, for Year 1922-1923.
9. Юрьев А.Г. Строительная механика: синтез конструкций. М.: Изд. МИСИ 1982. 100 с.
10. Юрьев А.Г. Вариационные принципы строительной механики. Белгород: Изд-во БелГТАСМ. 2002. 90 с.
11. Дегтярь А.Н., Серых И.Р., Панченко Л.А., Чернышева Е.В. Остаточный ресурс конструкций зданий и сооружений // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. 2017. №10. С. 94 – 97.

12. Математическая энциклопедия / Под ред. И.М. Виноградова. В 5т. Т. 2. М: Советская Энциклопедия, 1979. 1104 с.

13. Справочник строителя. Под ред. Л.Р. Маиляна. В 2 т. Т. 1. Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского университета, 1996. 576 с.

14. Dorn W.S., Gomory R.E., Greenberg H.J. Automatic design of optimal structures // Journal de Mecanique, 1964. V. 3. N 1.

15. Ата Эль-Карим Солиман. Продольный изгиб бетонных колонн, ограниченных трубами из полимеров, армированных волокнами // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2009. №1. С. 4 – 5.

References

1. Bol'shaya Sovetskaya EHnciklopediya / Pod red. A.M. Prohorova. 3-e izd. v 30 t. 27. M: Sovetskaya EHnciklopediya, 1977. 624 p. (rus.)

2. YUr'ev A.G. Estestvennyj faktor optimizacii topologii konstrukcij. Vestnik BGTU im. V.G. SHuhova. 2013. 5. P. 46 – 48. (rus.)

3. Roux W. Gesammelte Abhandlungen über Entwickelungsmechanik der Organismen. Bd 1-2. Leipzig, 1895.

4. Mazhid K.I. Optimal'noe proektirovanie konstrukcij. M.: Vysshaya shkola, 1979. 238 p. (rus.)

5. Levy M. La statique graphique et ses applications aux constructions, 1873.

6. Maxwell J.C. On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames. The Scientific Papers of James Clerk Maxwell. 1890. 2. P. 175 – 177.

7. Michell A.G.M. The limits of economy of materials in framestructures. Philosophical Magazine and Journal of Science. 1904. 8 (47).

8. Pippard A.I.S. On a method for the direct design of framed structures having redundant bracing. Tech. Rep. Aero. Res. Comn. London, for Year 1922-1923.

9. YUr'ev A.G. Stroitel'naya mekhanika: sintez konstrukcij. M.: Izd. MISI 1982. 100 p. (rus.)

10. YUr'ev A.G. Variacionnye principy stroitel'noj mekhaniki. Belgorod: Izd-vo BelGTASM. 2002. 90 p. (rus.)

11. Degtyar' A.N., Seryh I.R., Panchenko L.A., CHernysheva E.V. Ostatochnyj resurs konstrukcij zdanij i sooruzhenij. Vestnik BGTU im. V. G. SHuhova. 2017. 10. P. 94 – 97. (rus.)

12. Matematicheskaya ehnciklopediya. Pod red. I.M. Vinogradova. V 5t. 2. M: Sovetskaya EHnciklopediya, 1979. 1104 p. (rus.)

13. Spravochnik stroitelya. Pod red. L.R. Mailyana. V 2 t. 1. Rostov-na-Donu: Izd. Rostovskogo universiteta, 1996. 576 p. (rus.)

14. Dorn W.S., Gomory R.E., Greenberg H.J. Automatic design of optimal structures. Journal de Mecanique, 1964. 3 (1).

15. Ata EHl'-Karim Soliman. Prodol'nyj izgib betonnyh kolonn, ogranichennyh trubami iz polimerov, armirovannyh voloknami. Vestnik BGTU im. V.G. SHuhova. 2009. 1. P. 4 – 5. (rus.)

Yuryev A.G., Doctor of Engineering Sciences (Advanced Doctor), Professor,
Zinkova V.A.*, Head of the Department of Creation and Evaluation
of Intellectual Property Objects,
Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Russia,
Ata El-Karim Soliman, Doctor of Philosophy,
Helwan University, Cairo, Arab Republic of Egypt
*Corresponding author E-mail: vikzinkova@mail.ru

TRUSS DESIGN CALCULATION

Abstract: the completeness of the truss design calculation is its configuration and dimensions when specifying the type of loading, material characteristics and directive dimensions. The problem of equilibrium stability with an unknown location of compressed rods hindered the optimization of the topology and geometry of the truss. The proposed variational method of truss synthesis is based on the principle of possible operation and generalization of the variational principles of Lagrange and Castigliano by expanding the functional space of geometric parameters. The solution of a physically linear isoperimetric problem for a given volume of the truss material allowed to establish its quasi-equal stress, which became the design criterion for the formulation of the geometry optimization problem. Its condition is the stationarity of the functional with respect to variable geometric parameters for a given flexibility of compressed rods. The iterative procedure, caused by a change in the initially accepted signs of longitudinal forces, is based both on their direct adjustment and on the change in the flexibility of individual rods. The global minimum of potential strain energy of the optimal truss is accompanied by a global minimum of material consumption. The proposed software allows to conduct automated design calculation of the truss. An example of designing a mechanical truss is considered.
Keywords: topology and geometry of the truss, variational principles of structural synthesis, optimality criterion, stability of equilibrium

Для цитирования: Юрьев А.Г., Зинькова В.А., Ата Эль-Карим Солиман Проектировочный расчет фермы // Строительные материалы и изделия. 2019. Том 2. №1. С. 37 – 44. DOI: 10.34031/2618-7183-2019-2-1-37-44

For citation: Yuryev A.G., Zinkova V.A., Ata El-Karim Soliman Truss design calculation. Construction Materials and Products. 2019. 2 (1). P. 37 – 44. DOI: 10.34031/2618-7183-2019-2-1-37-44

Поступила в редакцию 18 ноября 2018 г. *Received: November 18, 2018.*
Принята в доработанном виде 15 декабря 2018 г. *Revised: December 15, 2018.*
Одобрена для публикации 10 января 2019 г. *Accepted: January 10, 2019.*