

DOI: 10.34031/2618-7183-2020-3-3-5-20

*Буриев А.Т., кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник,
Саямова К.Д. *, доктор технических наук, профессор,
Турдикулов Х.Х., младший научный сотрудник,
Институт механики и сейсмостойкости сооружений
Академии наук Республики Узбекистан, Узбекистан,
Тахиров Ш.М., PhD, заведующий Structures Laboratory,
Калифорнийский университет, Беркли, США
Ответственный автор E-mail: klara_51@mail.ru

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГРУНТОВОЙ ПЛОТИНЫ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ С УЧЁТОМ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ

Аннотация: проектирование, строительство и эксплуатация высоких грунтовых плотин в сейсмических районах, одним примером которых является территория Республики Узбекистан, требует постоянного усовершенствования методов их расчета на различные нагрузки, как статического характера (силы гравитации, гидростатика и т.п.), так и динамического характера, включая сейсмические воздействия. Аварийные ситуации на таких сооружениях или их частичное разрушение при каких-либо воздействиях может привести к катастрофическим последствиям.

Целью данной работы является разработка математической постановки и алгоритма численного решения нестационарной задачи для грунтовой плотины в плоской упругой постановке. Для проверки предложенной методики и соответствующего комплекса прикладных программ приводится решение тестовой задачи (задача Лемба). По разработанной методике и алгоритму, основанного на численном методе конечных разностей, решена задача по исследованию напряженно-деформированного состояния на примере высокой Чарвакской грунтовой плотины, находящейся недалеко от г. Ташкента при сдвиговом воздействии на основании (типа сейсмограммы). Решение представляется в виде распределения линий равных перемещений, напряжений по телу плотины в зависимости от времени. При этом выявлены наиболее уязвимые зоны рассматриваемой грунтовой плотины.

Ключевые слова: грунтовая плотина, численный анализ, метод конечных разностей, явная схема, напряжение, смещение, землетрясение.

Введение

Территория республики Узбекистан характеризуется высокой сейсмичностью. В настоящее время в сейсмически активных районах строится Пскемская ГЭС, эксплуатируются Чарвакская ГЭС, Резакская ГЭС, каскад гидроузлов на реке Туполанг. Обеспечение сейсмостойкости возводимых в сейсмически опасных районах гидротехнических сооружений является важнейшей задачей, которую приходится решать при проектировании гидроузлов, так как разрушение этих сооружений при землетрясении может привести к катастрофическим последствиям и гибели людей. Сейсмическая безопасность грунтовых или насыпных плотин и насыпей сильно обусловлена остаточными перемещениями, вызванными землетрясениями. В случае сильного землетрясения характер остаточного смещения является результатом сочетания смещений, вызванных объемными и сдвиговыми пластическими деформациями, распределенными внутри конструкции, и вызванными скольжением грунтовой массы вдоль поверхности разрушения [1].

В настоящее время грунтовые плотины являются одним из основных типов подпорных сооружений, возводимых в районах с высокой сейсмичностью. Особенности конструкций и методы возведения таких плотин, упругопластические и вязкие свойства грунтов сооружения и основания вызывают значительные математические трудности при определении напряженно-деформированного состояния, прочности и устойчивости этих сооружений. Указанные обстоятельства еще более усложняют решение задачи при сейсмических воздействиях.

Анализ существующих теорий сейсмостойкости показал, что наиболее достоверная оценка надежности и безопасности сооружений и, в частности, плотин из грунтовых материалов при землетрясениях может быть получена при решении динамических задач в рамках волновой теории сейсмостойкости. Решение каждой из таких задач является весьма трудоемким исследованием, которое может выполняться на окончательных этапах проектирования ответственных сооружений. На предварительных этапах проектирования сооружений целесообразно использовать сравнительно простые, достоверные инженерные

методики, которые должны учитывать основные положения волновой теории сейсмостойкости. Однако до настоящего времени в технической литературе отсутствуют сведения о подобных методиках. Поэтому разработка инженерной методики расчета плотин из грунтовых материалов при сейсмических воздействиях на основе волновой теории сейсмостойкости является актуальной задачей.

В настоящее время расчет зданий и сооружений на действие сейсмических нагрузок производится в соответствии со СНиП [2], в основу которых заложено упругое деформирование конструкций. Расчет прочности элементов сооружения производится по предельным усилиям, воспринимаемым элементом в нормальных, наклонных и пространственных сечениях. При этом вводятся специальные коэффициенты условий работы, учитывающие особенности сейсмического воздействия.

Такой подход рассматривается как условно статический метод расчета на сейсмические воздействия. Метод имеет свои положительные стороны и недостатки.

Нормативный метод не позволяет учесть многие факторы, что приводит к значительным отклонениям результатов расчета и проектирования от фактического характера работы сооружения при реальных землетрясениях. Поэтому весьма актуальным и своевременным является разработка новых усовершенствованных методов расчета сейсмостойкости, наиболее правильно отражающих поведение зданий при землетрясениях, обеспечивающих большую надежность и, в то же время, экономичность проектных решений.

Из-за трудности построения точных решений краевых задач динамики применяются, в основном, численные методы. Наиболее распространенными среди них являются метод конечных разностей и метод конечных элементов.

Руководствуясь указанным, исполнителями работы была использована плоская расчетная модель, представляющая поперечное сечение Пскемкой грунтовой плотины, находящейся на основании из алеволита. В качестве метода расчета был выбран метод конечных разностей.

При проектировании подпорных гидротехнических сооружений I-II классов в районах сейсмичностью свыше 7 баллов производятся согласно п.2.26 [2] их расчеты по волновой теории (ВТ) на воздействия задаваемые записями (акселерограммами и др.) землетрясений.

В этих расчетах используются записи землетрясений, определяемыми в соответствии с указанными п.5.3 КМК [2, 3], а также характеристики механических (нелинейных, вязких, пластических и др.) свойств грунтов.

Для проведения динамических расчетов необходимо задать инерционные и упругодемпфирующие свойства гидротехнического сооружения и сейсмическое воздействие в виде акселерограммы колебаний основания. Так как параметры воздействия являются случайными величинами, поэтому единичный расчет сооружения на действие, заданное акселерограммой землетрясения, следует рассматривать как реализацию случайного процесса. Одним из наиболее общепринятых и достаточно консервативным [4] является путь использования не одной, а нескольких расчетных акселерограмм (пакета акселерограмм), принимая в качестве расчетных усилий их максимальные значения.

При расчете конструкции на пакет акселерограмм последний должен удовлетворять целому ряду требований. В самом общем случае к числу этих требований относятся:

- а) отсутствие серьезных искажений в расчётных акселерограммах;
- б) учёт корреляции между расчётной балльностью, амплитудой и преобладающей частотой воздействия.

Эти требования жесткие и проведение расчетов трудоемкое. Поэтому, определенное распространение получили динамические расчеты, в которых в качестве воздействия принимается короткий временной процесс и в расчетах использована модель сейсмического воздействия, предложенная И. Л. Корчинским [5]:

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} = A e^{-st} \sin \omega t \quad (1)$$

(где A – максимум ускорения, s – коэффициент экспоненциального затухания по времени, ω – преобладающая частота воздействия).

При расчетах, в качестве воздействия по основанию плотины, принят закон изменения перемещений в горизонтальном направлении (сейсмограмма) в виде

$$u_0 = \frac{A}{(\omega^2 + s^2)^2} \left(e^{-st} (s^2 \sin(\omega t) - \omega^2 \sin(\omega t) + 2\omega s \cos(\omega t)) - 2\omega s \right) \quad (2)$$

которая соответствует модели (1) т.е. дважды продифференцировав выражение (2) получим (1).

Изменение по времени перемещения (сейсмограмма) основания показана на рис. 1 согласно формуле (2).

Амплитуда ускорения по формуле Корчинского в расчетах принята $A=0.2g$ и коэффициент $s=0.3$, что соответствует 8 балльному землетрясению.

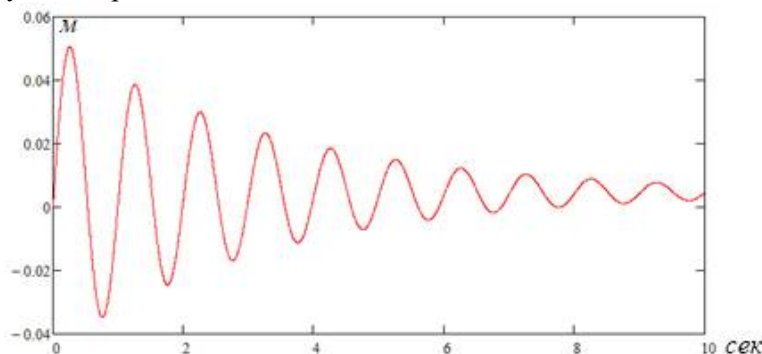


Рис. 1. Зависимость горизонтального перемещения точек основания плотины по времени
Fig. 1. The dependence of the horizontal movement of the points of the dam base in time

На предварительных стадиях проектирования для приближенных расчетов необходимо знать динамические модули сдвига G_d модуль упругости E_d коэффициент Пуассона ν_d отвечающие условиям сильных землетрясений (частоты $f = 0.5 - 10$ Гц, амплитуда деформации $\varepsilon = 10^{-4} - 10^{-2}$). Значения G_d, E_d, ν_d вычисляются по формулам теории упругости (3)-(5) на основе измеренных сейморазведкой значений скорости продольных V_p и поперечных V_s волн и значению плотности ρ , определенной экспериментально в лаборатории или в полевых измерениях:

$$G_d = \rho V_s^2 \quad (3)$$

$$E_d = 2\rho V_s^2 (1 + \nu_d) \quad (4)$$

$$\nu_d = \frac{V_p^2 - 2V_s^2}{2(V_p^2 - V_s^2)} \quad (5)$$

При подстановке в формулы (3-5) величины ρ в $кз/м^3$, а V_p и V_s в $м/с$ значения G_d и E_d получаются в $Па$ [6]. Исследованиям динамического поведения различных грунтовых плотин при нагрузках, расположенных в республике посвящены работы [7,8]. Здесь рассмотрены собственные и вынужденные колебания грунтовых плотин с учетом упругих и вязко-упругих свойств материала сооружения и основания. Задачи решены в плоской постановке методом конечных элементов, подобно, как и в [9]. В следующих работах [10] методом конечных разностей решены задачи по определению напряженно-деформированного состояния грунтовой плотины при динамическом воздействии с учетом упругопластических свойств грунта в плоской постановке в рамках волновой постановке. В настоящей статье приведена методика, алгоритм и решение нестационарной задачи по определению напряженно-деформированного состояния в плоской упругой постановке численным методом конечных разностей.

Методы и материалы

На начальных этапах проектирования при отсутствии необходимых сведений о механических характеристиках грунтов, используемых для оценки их пластических деформаций, а также для сопоставительных оценок эффективности различных конструктивных решений сейсмостойких плотин могут быть применены данные о напряженном состоянии этих сооружений, полученные с помощью решения упругой динамической задачи.

Статическое и динамическое поведение грунта сооружения описывается с использованием соотношений теории упругости. Учитываются объёмные силы собственного веса грунта, гидростатического взвешивания и фильтрационные силы. Статические и динамические напряжения определяются решением динамической задачи плоской деформации. В линейной постановке, эти напряжения могут определяться независимо и затем просуммированы. Возможность нарушения сейсмостойкости плотины (либо сравнительная оценка

различных конструктивных решений) оцениваются по наличию (либо размерам) зон предельного состояния грунта, которое определяется условием прочности Кулона Мора:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3 + \frac{2c}{\operatorname{tg}\varphi}) \sin \varphi \quad (6)$$

где σ_1, σ_3 – минимальные и максимальные значения главных напряжений; φ – угол внутреннего трения; c – сцепление.

Уравнения движения грунтовой плотины записывается основными уравнениями механики сплошных сред и в плоской постановке имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \end{aligned} \quad (7)$$

где ρ – плотность грунта u, v , – проекции вектора смещения на оси координат x, y ; $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}$ – нормальные и касательные напряжения.

Связь между деформациями и смещениями определяется соотношениями Коши:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned} \quad (8)$$

Определяющие уравнения, связывающие тензор напряжений и тензор деформаций, выражаются законом Гука:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \varepsilon_{xy} \end{aligned} \quad (9)$$

где E – модуль линейной деформации, ν – коэффициент Пуассона грунта плотины.

Граничные условия на поверхности верхового откоса

$$\begin{aligned} p_x &= \sigma_{xx} l_1 + \tau_{xy} m_1, \\ p_y &= \tau_{xy} l_1 + \sigma_{yy} m_1. \end{aligned} \quad (10)$$

где p_x, p_y – компоненты напряжений от гидростатического давления на поверхности верхового откоса, l_1, m_1 , – направляющие косинусы площади верхового откоса. При отсутствии гидростатического давления эти компоненты напряжения p_x, p_y равны нулю.

Граничные условия на гребне плотины

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= 0, \\ \sigma_{yy} &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Граничные условия на поверхности низового откоса

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}l_2 + \tau_{xy}m_2 &= 0, \\ \tau_{xy}l_2 + \sigma_{yy}m_2 &= 0.\end{aligned}\tag{12}$$

где l_2 , m_2 , – направляющие косинусы площади низового откоса.

На основании грунтовой плотины задаётся закон изменения смещения (сейсмограмма) или ускорения по времени (акселерограмма).

В начальный момент времени ($t=0$) смещения и скорости на всей области грунтовой плотины равны нулю

$$\begin{aligned}u &= 0, & \frac{\partial u}{\partial t} &= 0, \\ v &= 0, & \frac{\partial v}{\partial t} &= 0.\end{aligned}\tag{13}$$

Главные напряжения σ_1 , σ_2 и максимальное касательное напряжение τ_{\max} через компоненты напряжений σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} определяются по формулам

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2}, \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{xy}^2}, \\ \tau_{\max} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\end{aligned}\tag{14}$$

Задача решается методом конечных разностей где используется явная схема. Расчетная область грунтовой плотины разбивается условно на три области, по горизонтали (ось x) верховая упорная призма шагом- $hx1$, гребень плотины шагом- $hx2$, низовая упорная призма шагом $hx3$ и по вертикали шагом hy (рис. 2).

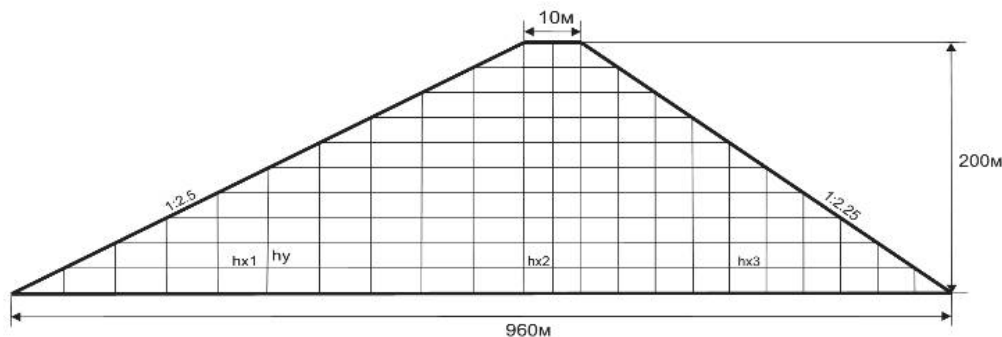


Рис. 2. Разбиение расчетной области плотины
Fig. 2. Partition of the calculated area of the dam

В алгоритме решения задачи перемещения вычисляются в узлах с целыми номерами сетки, а деформации и напряжения вычисляются в узлах с полуцелыми номерами сетки. При дискретизации плотины используется неравномерная сетка по плоскости. Тензоры деформации (8) и напряжения (9) вычисляются в узлах полуцелыми индексами.

Обозначим через $F_{i,j}^k$ – значение сеточной функции в точке с координатами $x_i = ih$, $y_j = jh$ в момент времени $t = k\tau$, (τ – шаг по времени hx , hy - шаг по пространству), тогда компоненты тензора деформации для внутренних узлов расчетной области при $(i+1/2,j)$ в момент $k\tau$ в разностном виде запишется

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx,i+1/2,j}^k &= \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i,j}^k}{hx}, \quad \varepsilon_{yy,i+1/2,j}^k = \frac{v_{i+1,j+1}^k + v_{i,j+1}^k - v_{i+1,j-1}^k - v_{i,j-1}^k}{4hy}, \\ \varepsilon_{xy,i+1/2,j}^k &= \frac{u_{i+1,j+1}^k + u_{i,j+1}^k - u_{i+1,j-1}^k - u_{i,j-1}^k}{4hy} + \frac{v_{i+1,j}^k - v_{i,j}^k}{hx},\end{aligned}\quad (15)$$

для узла $(i,j+1/2)$ в момент kt ,

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx,i,j+1/2}^k &= \frac{u_{i+1,j+1}^k + u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j+1}^k - u_{i-1,j}^k}{4hx}, \quad \varepsilon_{yy,i,j+1/2}^k = \frac{v_{i,j+1}^k - v_{i,j}^k}{hy}, \\ \varepsilon_{xy,i,j+1/2}^k &= \frac{u_{i,j+1}^k - u_{i,j}^k}{hy} + \frac{v_{i+1,j+1}^k + v_{i+1,j}^k - v_{i-1,j+1}^k - v_{i-1,j}^k}{4hx}.\end{aligned}\quad (16)$$

где hx принимают значения на верховой упорной призме $hx=hx1$, на гребне плотины $hx= hx2$, на низовой упорной призме $hx=hx3$.

Подставляя (15) и (16) в (9) получим формулы вычисления для компонент напряжений в разностном виде.

При вычислении деформации на контурах верхового откоса, на свободной поверхности гребня и на контуре низового откоса участвуют законтурные перемещения т.е. фиктивные перемещения. Эти фиктивные перемещения определяются из граничных условий (10) -(12).

Ниже приведем выражения для вычисления фиктивных перемещений законтурных узлов на верховом откосе. Так как в задаче не учитывается давление воды на верховой откос т.е. $p_x = p_y = 0$ из условия (10) получим

$$\begin{aligned}\sigma_{yy} &= \sigma_{xx} d_1^2, \\ \tau_{xy} &= -\sigma_{xx} d_1\end{aligned}\quad (17)$$

где $d_1 = l_1 / m_1$.

В равенство (17), подставив закон Гука (9) и соотношения Коши (8) определим первые производные от перемещений u, v по координате y

$$\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial y} &= D_{11} \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= D_{21} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x}\end{aligned}\quad (18)$$

где

$$D_{11} = \frac{d_1^2(\lambda + 2G) - \lambda}{\lambda + 2G - \lambda d_1^2}, \quad D_{21} = -\frac{d_1(\lambda + 2G + \lambda D_{11})}{G}, \quad \lambda = \frac{2vG}{1 - 2v}.$$

Воспользуемся центральными разностями аппроксимации первых производных второго порядка погрешности и из выражения (18) получим выражение для определения законтурных перемещении

$$\begin{aligned}v_{i,j+1}^k &= 2hy \left(D_{11} \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k}{2hx1} \right) + v_{i,j-1}^k, \\ u_{i,j+1}^k &= 2hy \left(D_{21} \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k}{2hx1} - \frac{v_{i+1,j}^k - v_{i-1,j}^k}{2hx1} \right) + u_{i,j-1}^k\end{aligned}\quad (19)$$

$i=j, j=1, \dots, JI-1, k=1, \dots, K$.

Для низового откоса из граничного условия (12) аналогично (19) получим

$$\begin{aligned} v_{i,j+1}^k &= 2hy \left(D_{12} \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k}{2hx3} \right) + v_{i,j-1}^k, \\ u_{i,j+1}^k &= 2hy \left(D_{22} \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i-1,j}^k}{2hx3} - \frac{v_{i+1,j}^k - v_{i-1,j}^k}{2hx3} \right) + u_{i,j-1}^k \end{aligned} \quad (20)$$

$i=I2+j, j=1, \dots, J1-1, k=1, \dots, K$
где

$$d_2 = l_2 / m_2, D_{12} = \frac{d_2^2(\lambda + 2G) - \lambda}{\lambda + 2G - \lambda d_2^2}, D_{22} = -\frac{d_2(\lambda + 2G + \lambda D_{12})}{G}.$$

Из граничного условия на гребне плотины (11) и закона Гука (9) получим формулу для вычисления нормального напряжения σ_{xx}

$$\sigma_{xx} = \frac{4G(\lambda + G)}{\lambda + 2G} \frac{\partial u}{\partial x}$$

и на гребне плотины нет необходимости вычисления законтурных фиктивных перемещений. На контуре гребня плотины в узлах с полуцелыми номерами сетки известны касательные напряжения τ_{xy} , нормальные напряжения σ_{yy} и они равны нулю, а σ_{xx} определяется из (21) который в конечных разностях имеет вид

$$\sigma_{xx,i+1/2,j}^k = \frac{4G(\lambda + G)}{\lambda + 2G} \frac{u_{i+1,j}^k - u_{i,j}^k}{hx2}, \quad (21)$$

$i=I1, \dots, I2-1, j=J1, k=1, \dots, K.$

После этого решается конечно-разностное уравнение движения плотины для каждой области, которое имеет вид

$$\begin{aligned} \rho \frac{(u_{i,j}^{k+1} - 2u_{i,j}^k + u_{i,j}^{k-1}))}{\tau^2} &= \frac{\sigma_{xx,i+1/2,j}^k - \sigma_{xx,i-1/2,j}^k}{hx} + \frac{\sigma_{xy,i,j+1/2}^k - \sigma_{xy,i,j-1/2}^k}{hy} \\ \rho \frac{(v_{i,j}^{k+1} - 2v_{i,j}^k + v_{i,j}^{k-1}))}{\tau^2} &= \frac{\tau_{yx,i+1/2,j}^k - \tau_{yx,i-1/2,j}^k}{hx} + \frac{\sigma_{xy,i,j+1/2}^k - \sigma_{xy,i,j-1/2}^k}{hy} \end{aligned} \quad (22)$$

(где в каждой области плотины шаг по горизонтали hx в формулах (15) -(17) принимает значение соответственно $hx1$, $hx2$, и $hx3$) с граничными условиями (10) -(12), с начальными условиями (13) и определяются перемещения в узлах плотины для каждого момента времени. Из разностного уравнения (22) видно, что в нем участвует три слоя по времени, и чтобы написать уравнение в каждом узле (i,j) для двух компонент перемещения надо вычислить напряжения в четырех узлах полуцелыми индексами.

Разностное уравнение (22) аппроксимирует уравнение движения грунта (7), с порядком $O(\tau^2, hx^2, hy^2)$. Условием устойчивости схемы является условие $(\tau \leq h/c_1)$ где $h = \min(hx, hy)$.

Решение тестовой задачи. Численное решение задачи при действии равномерно распределенной вертикальной динамической нагрузки на конечном отрезке свободной поверхности полупространства.

Пусть на свободной поверхности упруго полупространства с момента $t=0$ начинает действовать равномерно распределенная динамическая нагрузка и при $t < 0$ полупространство находится в покое, т.е. в ненапряженном состоянии. Под действием этой нагрузки в полупространстве распространяются продольные и поперечные волны. Требуется определить, возникшие при этом деформированное состояние среды и поле напряжений.

Решение задачи Лемба в стационарной постановке приведена в монографиях В. Новацкого [11, 12]. Получено аналитическое выражение для перемещений в интегральной форме и сам автор подчеркивает что, при вычислении этих интегралов возникают значительные трудности математического характера: интегралы не удаётся взять непосредственно. Далее получено приближенное решение для перемещений для сосредоточенной нагрузки и рассмотрена осесимметричная задача.

Задача Лемба в нестационарной постановке рассмотрена в монографии Сагомояна [14]. Решается волновое уравнение для потенциалов перемещений и применяется преобразование Лапласа по времени, преобразование Фурье одной из пространственных координат и получено формальное решение для потенциалов в виде двойного интеграла для куполообразного распределения напряжений, симметричного относительно начало координат. В этом случае тоже, возникают трудности математического характера при вычислении двойных интегралов.

Пусть в прямоугольной декартовой системе координат x, y, z упругая среда занимает полупространство $y \geq 0$ и с момента $t=0$ на плоской границе плоскости xOz начинает действовать равномерно распределенная вертикальная нагрузка $q(x, t)$, в конечном отрезке $-a \leq x \leq a$ не зависящее от z (рис. 3).

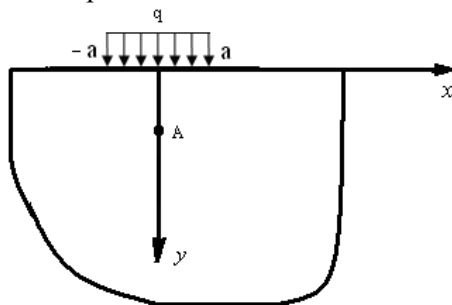


Рис 3. Действие равномерно распределенной динамической нагрузки на конечном отрезке свободной поверхности полупространства

Fig. 3. The action of a uniformly distributed dynamic load on a finite segment of the free surface of the half-space

Эта нагрузка вызывает в полупространстве плоское напряженно-деформированное состояние и поэтому задача решается в плоской постановке.

Как известно, уравнения движения среды в перемещениях для плоской задачи имеет вид (7). Начальные условия

$$\begin{cases} U = \dot{U} = 0 \\ V = \dot{V} = 0 \end{cases} \quad \text{при } t=0 \quad (23)$$

Граничные условия на свободной поверхности $y=0$ имеет вид

$$\sigma_{yy} = \begin{cases} 0, & |x| > a \\ \sigma_0 H(t), & |x| \leq a \end{cases} \quad (24)$$

$$\sigma_{yx} = 0$$

где $H(t)$ функция Хевисайда, σ_0 – амплитуда нагрузки.

Для единственности решения задачи необходимо поставить условие, при $y \rightarrow \infty$ возмущение исчезает т.е. $U \rightarrow 0, V \rightarrow 0$.

После аппроксимации центральными разностями производных в (7), уравнения движения в разностном виде имеет вид (22).

Аппроксимируя начальные условия (23) имеем:

$$\begin{aligned} U^0_{i,j} &= 0, U^1_{i,j} = 0, \\ V^0_{i,j} &= 0, V^1_{i,j} = 0, \\ i &= \overline{1, I_3}, j = \overline{1, J_1}. \end{aligned} \quad (25)$$

Первые производные в граничных условиях (24) аппроксимируются центральными разностями и определяются перемещения фиктивных узлов, которые имеют вид:

для узлов $1 \leq i \leq I_1 - 1, I_2 + 1 \leq i \leq I_3 - 1$

$$V^k_{i,0} = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \cdot (U^k_{i+1,1} - U^k_{i-1,1}) + V^k_{i,2},$$

$$U^k_{i,0} = U^k_{i,2} + (V^k_{i+1,1} - V^k_{i-1,1}). \quad (26)$$

для узлов $I_1 \leq i \leq I_2$

$$V^k_{i,0} = \frac{2h}{\lambda + 2\mu} \cdot (\sigma_0 + \lambda \frac{U^k_{i+1,1} - U^k_{i-1,1}}{2h}) + V^k_{i,2}$$

$$U^k_{i,0} = U^k_{i,2} + (V^k_{i+1,1} - V^k_{i-1,1}). \quad (27)$$

На границе расчетной области узловые перемещения равны нулю.

В итоге мы получили замкнутую систему уравнений для определения узловых перемещений, которые определяют решения с погрешностью $O(h^2 + \tau^2)$. Для проверки сходимости, устойчивости схемы и для определения время перехода нестационарного решения к установившемуся напряженно-деформированному состоянию, численное решение сопоставляется со статическим решением, которое приведено в книге В.Новацкого [12].

Приведем формулы вычисления напряжений из этого источника [12]

$$\sigma_{xx}(x, y) = -q \cdot \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{y(x - \xi)^2}{[y^2 + (x - \xi)^2]^2} d\xi, \quad \sigma_{yy}(x, y) = -q \cdot \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{y^3}{[y^2 + (x - \xi)^2]^2} d\xi \quad (28)$$

Численные расчеты в динамической задаче проводились в безразмерных параметрах и приняты: $\tau = 0,05$, $h = 0,1$, $c_1 = 1$, $\sigma_0 = 1$, $\nu = 0,35$, $a = 1$, $I_1 = 80$, $I_2 = 100$, $I_3 = 180$, $J_1 = 80$.

На рис. 4 приведены зависимость напряжения σ_{yy} от времени для точки $x=0$, $y=a=1$ (которая на рис. 3 обозначена буквой А), где сплошная кривая соответствует численному решению, пунктирная линия статическому решению. Из рисунка видно, что при $t > 7$ нестационарное решение мало отличается от статического. Расчеты показали, что с уменьшением шага сетки h , сплошная кривая при $t > 7$ приближается к пунктирной прямой линии.

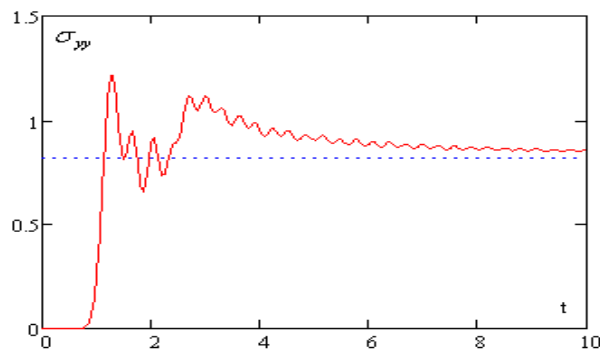


Рис. 4. Зависимость напряжения σ_{yy} от времени в точке $(0, 1)$

Fig. 4. The dependence of voltage σ_{yy} on time at point $(0, 1)$

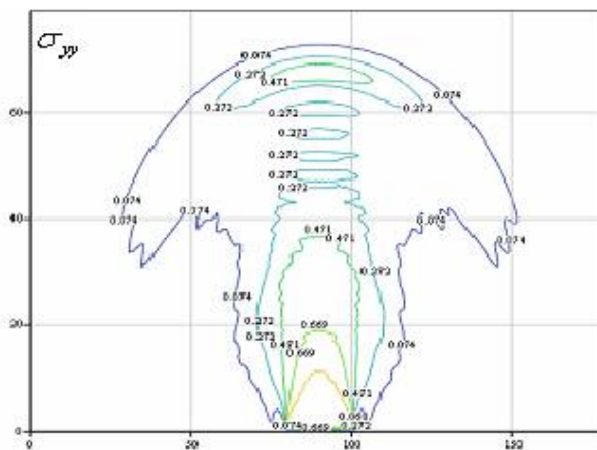


Рис. 5. Распределение σ_{yy} в а при $t = 7$

Fig. 5. Space distribution σ_{yy} in a at $t = 7$

На рис. 5 приводится контурный график σ_{yy} при $t = 7$ и цифры на графике означают значения напряжения.

На рис. 6 показан трехмерный график σ_{yy} в момент $t = 7$. Из рис. 5 и 6 наглядно видны фронты и процесс распространения волн. Максимальные напряжения возникают на свободной поверхности и по значению они равны амплитуде нагрузки. Значение напряжения на фронте с увеличением расстояния от отрезка приложения нагрузки уменьшается и стремится к нулю.

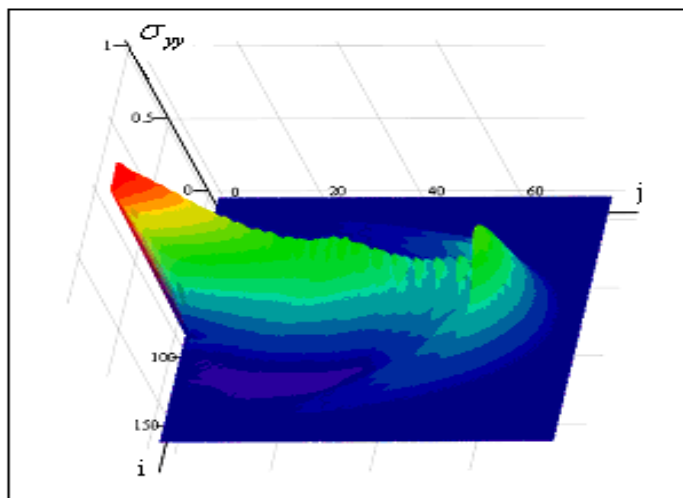


Рис. 6. Распределение σ_{yy} по пространству (трехмерный график,

где i, j – номера узлов соответственно по оси x и y)

Fig. 6. Space distribution σ_{yy} (three-dimensional graph, where $i,$

j – numbers of nodes along the x and y axis, respectively)

Произведён динамический расчет Чарвакской плотины при сейсмическом воздействии по вышеуказанной методике.

При расчетах использована модель сейсмического воздействия (1), предложенная И.Л. Корчинским [5]. Допустим, что, свойства грунта упорных призм и ядра плотины имеют одинаковые физико-механические характеристики, т.е. плотина однородная.

Решены конечно-разностные уравнения движения плотины (22) с граничными условиями (19), (20) и (21), с начальными условиями (13), записанными в конечных разностях. В качестве примера рассмотрена

Чарвакская грунтовая плотина, что соответствует следующим геометрическим параметрам модели: высота $H=168\text{м}$; ширина гребня 12м ; коэффициенты заложения откосов: верхового $m_1=2.2$, низового – $m_2=2.2$.

Расчетная область грунтовой плотины разбита по вертикали с шагом $h_y=2\text{м}$, по горизонтали: верховая упорная призма с шагом $h_x1=4.4\text{м}$, ядро $h_x2=2$, низовая упорная призма шагом $h_x3=4.4\text{м}$. Численная сетка модели имеет 7476 узлов. Скорость распространения продольных волн в теле плотины $V_p=1000\text{м/с}$; коэффициент Пуассона $\nu=0.3$, плотность грунта принята $\rho=1950\text{кг/м}^3$. Шаг по времени для расчета был принят $t=0.001\text{с}$, который удовлетворяет условию устойчивости расчета разностной схемы.

В качестве воздействия по основанию плотины принят закон изменения перемещений в горизонтальном направлении в виде (2) и в вертикальном направлении $v_0=0$, т.е. вертикальная составляющая отсутствует. В законе изменения возбуждающего ускорения (1) принято $A=0.2g$, $s=0.3$ который соответствует 8 балльному землетрясению.

Расчеты выполнены при частотах $f=1\text{Гц}$ и $f=5\text{Гц}$, которые присутствуют в частотном диапазоне сильных землетрясений и являются ключевыми параметрами многих строительных нормативов (например, [13]) при оценке сейсмического риска

Результаты и обсуждения

На рис. 7-8 показаны распределение горизонтальных скоростей и максимальных касательных напряжений в момент времени ($t=0.3\text{сек}$) при частоте сейсмического воздействия $f=1\text{Гц}$. В начальные моменты волнового процесса в теле плотины распространяется сдвиговая волна с большой амплитудой. В результате отражения волн от верхового и низового откосов появляются вертикальные колебания малой амплитуды.

При $t=0.3\text{с}$ фронт сдвиговой волны проходит расстояние 160м ($80\times 2\text{м}$) по высоте плотины, и здесь видно, что в нижней части упорных призм скорости частиц в горизонтальном направлении имеет отрицательное значение (-0.1м/с), что свидетельствует о том, что частицы в этой части плотины изменили направления движения. На рисунке 8 показано распределение максимальных касательных напряжений τ_{max} и его максимальное значение в момент $t=0.3\text{сек}$ равно 0.4МПа возникает в области гребня плотины.

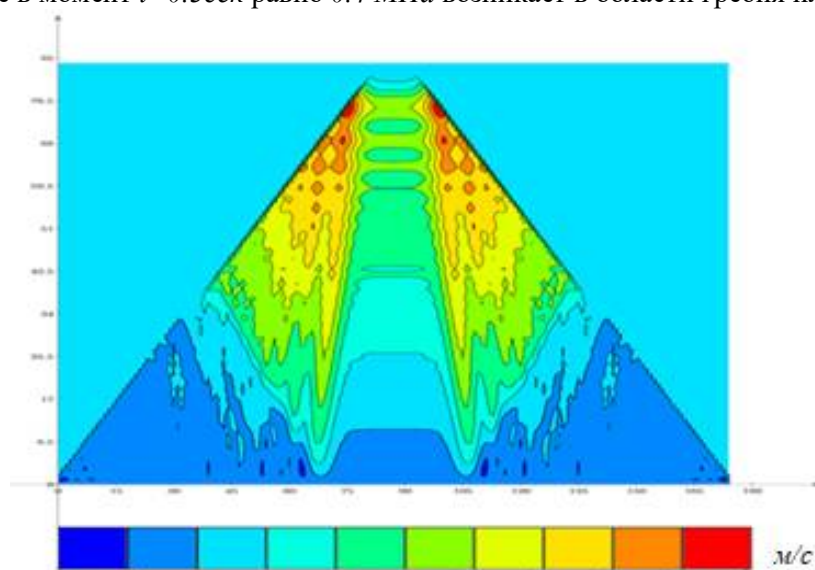


Рис. 7. Распределение горизонтальной скорости $V_x(\text{м/с})$ по телу плотины в момент времени $t=0.3\text{с}$ при частоте $f=1\text{Гц}$.

Fig. 7. Distribution of horizontal velocity $V_x(\text{м/с})$ over the body of the dam at time $t = 0.3\text{ s}$ at a frequency $f = 1\text{ Hz}$.

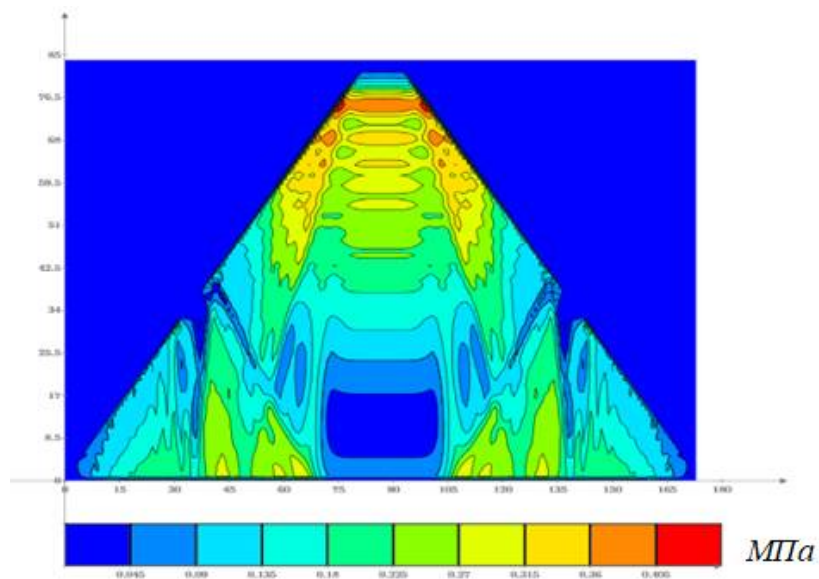


Рис. 8. Распределение максимального касательного напряжения τ_{\max} (МПа) по телу плотины в момент времени $t=0.3c$ при частоте $f=1$ гц.
Fig. 8. Distribution of the maximum tangential stress τ_{\max} (МПа) over the dam body at time $t = 0.3 s$ at a frequency $f = 1$ Hz.

На рис. 9 приведена зависимость горизонтальных перемещений (м) от времени в трех точках плотины при $f=1$ гц при продолжительности расчета $t=10$ сек. На рисунке введено обозначение – сплошная линия – точка основания с координатами $x=375,6m, y=0$; штриховая линия – точка низового откоса с координатами $x=504,8m, y=112m$ (при высоте $\frac{2}{3}H$); пунктирная линия – точка середины гребня плотины с координатами $x=375,6m, y=168m$. При 8 балльном землетрясении максимальная амплитуда колебаний основания плотины составляет $0.05m$, на низовом откосе $0.35m$, максимальная амплитуда перемещений на гребне $0.5m$ это почти в 10 раз больше, чем амплитуда перемещения основания плотины.

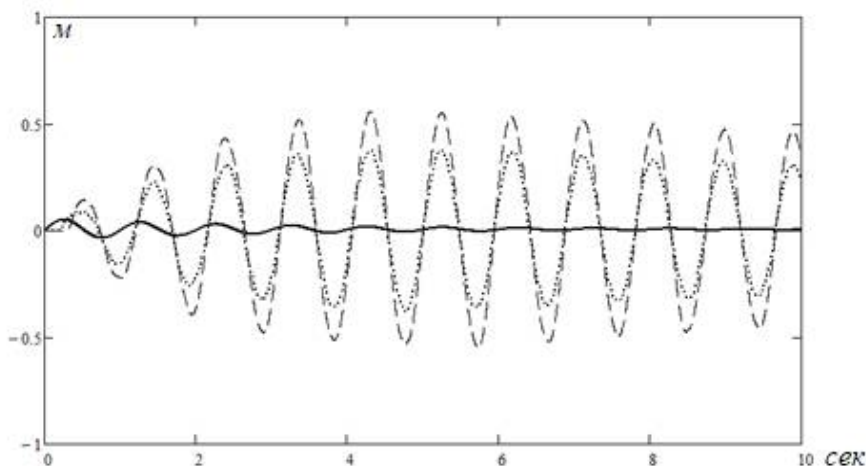


Рис. 9. Зависимость горизонтальных перемещений от времени (сплошная линия- основания плотины; пунктирная линия-низового откос ($y = \frac{2}{3}H$); штриховая – гребень плотины) при частоте воздействия $f=1$ гц.
Fig. 9. Dependence of horizontal displacements on time (solid line is the dam base; dotted line is the bottom slope ($y = \frac{2}{3}H$); dashed line is the dam crest) at an exposure frequency of $f = 1$ Hz.

На рис. 10 показаны зависимость касательных напряжений τ_{xy} (МПа) от времени (сплошная линия - основания плотины ; пунктирная линия - низовой откос ($y = \frac{2}{3}H$)) в течении 10 сек. Хотя значения касательных напряжений больше в основании плотины, чем напряжения в низовом откосе, но они менее опасны по сравнению с их значениями на низовом откосе.

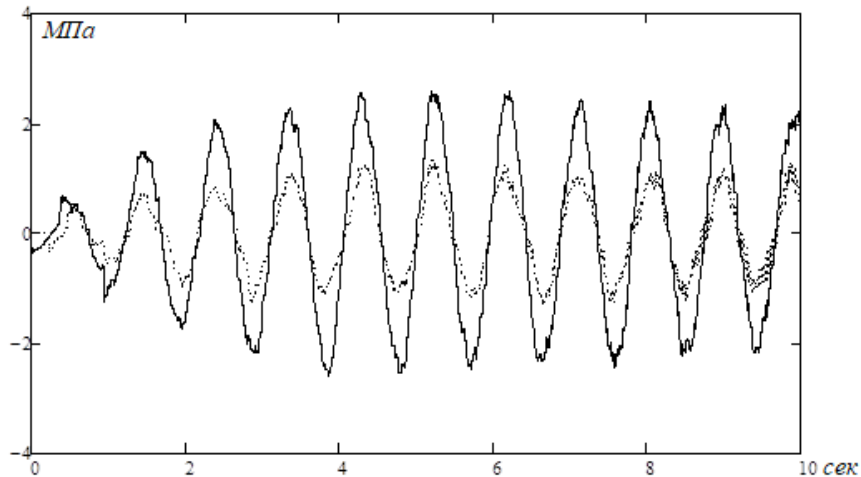


Рис. 10. Зависимость касательных напряжений от времени (сплошная линия - основания плотины; пунктирная линия-низовой откос ($y = \frac{2}{3}H$)) при частоте воздействия $f=1$ гц

Fig. 10. The dependence of shear stresses on time (solid line is the dam base; dashed line is the bottom slope ($y = \frac{2}{3}H$)) at an exposure frequency of $f = 1$ Hz

На рис. 11 результаты расчёта зависимости горизонтальных перемещений от времени плотины при резонансной частоте плотины $f=1.12$ гц. Этот график доказывает достоверность полученных результатов численного решения. Потому что, частота $f=1.12$ гц очень близка к частоте собственных колебаний одной из простейших расчётных схем плотин в виде треугольного клина, приведённого в монографии Гришина [15].

В монографии [15] определены частоты собственных колебаний одной из простейших расчётных схем плотин в виде треугольного клина, рассматриваемого с учётом только сдвиговых деформации. Полученные на основе этой расчётной схемы параметры колебаний плотин подтверждаются данными более точных теоретических и натурных исследований.

Частоты собственных колебаний плотины определяются по выражению

$$\omega_i = \frac{a_i}{H} \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \frac{a_i}{H} V_s \quad (29)$$

где a_i принимают

i	1	2	3	4
a_i	2.404	5.52	8.65	11.79

H -высота плотины, м.

При скорости распространения поперечных волн $V_s=534.5$ м/с, и $a_1=2.404$ первая частота для Чарвакской плотины по формуле (29) будет $f=1.21$ гц.

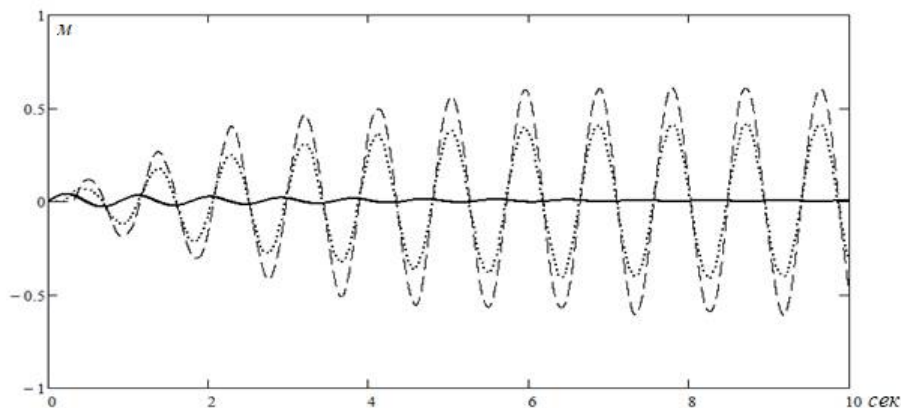


Рис. 11. Зависимость горизонтальных перемещений (сплошная линия – основания плотины; пунктирная линия-верховой откос ($y = \frac{2}{3}H$); штриховая – гребень плотины)

при частоте воздействия $f=1.12$ гц.

Fig. 11. Dependence of horizontal displacements (solid line is the dam base; dotted line is the uphill slope ($y = \frac{2}{3}H$); dashed line is the dam crest) at a frequency of exposure $f = 1.12$ Hz.

Выводы

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Первое, разработана постановка и решена нестационарная задача для исследования напряженно-деформированного состояния конкретной грунтовой плотины с учётом геометрических и физико-механических параметров сооружения и грунта при сдвиговом сейсмическом воздействии. Второе, достоверность разработанной методики и алгоритма решения задачи доказана при сравнении с решением тестовой задачи (задача Лемба). Третье, результатами решения задачи явились распределение горизонтальных скоростей, нормальных, касательных и максимальных касательных напряжений в теле плотины при частоте сейсмического воздействия $f=1$ гц и $f=5$ гц, которые присутствуют в частотном диапазоне сильных землетрясений и являются ключевыми частотными параметрами многих строительных нормативов. Четвертое, для рассмотренного частного случая плотины было показано, что низкочастотные сейсмические воздействия более опасны чем высокочастотные воздействия и наиболее опасные участки плотины – это гребень и откосы.

Литература

1. Zabala F., Rodari R.D., Oldecop L.O. Seismic analysis of earthdams using a lagrangian particle method // The 14 World Conference on Earthquake Engineering. October 12-17, 2008. Beijing, China.
2. ШНК 2.06.11.-04 Строительство в сейсмических районах. Гидротехнические сооружения // Госархитекстрой.2006. 55 с.
3. Матвиенко А.А. Совершенствование методики расчета сейсмостойкости плотин из грунтовых материалов на основе волновой теории: дис. ... на соиск. учен. степ. канд. техн. наук Харьков. 2015. 150 с.
4. Shakhzod M. Takhiro, Eric Fujisaki, Leon Kempner, Michael Riley and Brian Low. 'Nonlinear Systems Subjected to Multiple Seismic Excitations Matched to the Same Spectrum: Numerical Predictions versus Shaking Table Tests'. COMPDYN2017, 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 15-17 June, 2017. Rhodes Island, Greece.
5. Корчинский И.Л. Сейсмостойкое строительство зданий. Высшая школа, М., 1971. 282 с.
6. Воронков О.К. Корректировка значений динамического модуля упругости грунтов, определяемого сейсморазведкой, для расчетов сейсмостойкости системы сооружение – основание // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2001. Т. 239. С. 3 – 11.
7. Мирсаидов М.М. Тошматов Э.С. Исследование динамического поведения грунтовых плотин совместно с основанием // Иригация и мелиорация. 2018. спец. выпуск. С. 38 – 43.
8. Мирсаидов М.М., Султонов Т.З. Разработка теоретических основ для оценки динамики грунтовых плотин с учетом их взаимодействия с жидкостью и волновым уносом энергии от сооружения к основанию // Иригация и мелиорация. 2016. № 2. С. 32 – 38.

9. Pasbani-Khiavi M., Gharabaghi A.R.M., Abedi K. Dam-reservoir interaction analysis using finite element model // The 14 World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, 2008. Beijing, China.
10. Султанов К.С., Салямова К.Д., Хусанов Б.Э. Динамический расчет грунтовых плотин с учетом структурного изменения грунта // Проблемы развития транспортных и инженерных коммуникаций. М., 2011. № 1. С. 37 – 40.
11. Новацкий В. Динамика сооружений. М., 1963. 375 с.
12. Новацкий В. Теория упругости. М. 1975. 872 с.
13. 2018 International Building Code, ICC IBC-2018. (2017). INTERNATIONAL CODE COUNCIL, INC.4051 Flossmoor Road, Country Club Hills, IL 60478, USA.
14. Сагомоян А.Я. Волны напряжения в сплошных средах. Изд-во: Моск. Ун-та. 1985. 415с.
15. Гришин М.М. Гидротехнические сооружения. М: Высшая школа 1979. Т. 1. 615с.

References

1. Zabala F., Rodari R.D., Oldecop L.O. Seismic analysis of earthdams using a lagrangian particle method. The 14 World Conference on Earthquake Engineering. October 12-17, 2008. Beijing, China.
2. ShNK 2.06.11.-04 Stroitel'stvo v seismicheskikh rajonah. Gidrotehnicheskie sooruzhenija. Gosarhitektroj. 2006. 55 p. (rus.)
3. Matvienko A.A. Sovershenstvovanie metodiki rascheta sejsmostojkosti plotin iz gruntovyh materialov na osnove volnovoj teorii: dis. ... na soisk. uchen. step. kand. tehn. nauk Har'kov. 2015. 150 p. (rus.)
4. Shakhzod M. Takhiro, Eric Fujisaki, Leon Kempner, Michael Riley and Brian Low. 'Nonlinear Systems Subjected to Multiple Seismic Excitations Matched to the Same Spectrum: Numerical Predictions versus Shaking Table Tests'. COMPDYN2017, 6th International Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 15-17 June, 2017. Rhodes Island, Greece.
5. Korchinskij I.L. Sejsmostojkoe stroitel'stvo zdaniy. Vysshaja shkola, M., 1971. 282 p. (rus.)
6. Voronkov O.K. Korrektirovka znachenij dinamicheskogo modulja uprugosti gruntov, opredeljaemogo sejsmorazvedkoj, dlja raschetov sejsmostojkosti sistemy sooruzhenie – osnovanie. Izvestija VNIIG im. B.E. Vedeneeva. 2001. 239. P. 3 – 11. (rus.)
7. Mirsaidov M.M. Toshmatov Je.S. Issledovanie dinamicheskogo povedenija gruntovyh plotin sovmestno s osnovaniem. Irrigacija i melioracija. 2018. spec. vypusk. P. 38 – 43. (rus.)
8. Mirsaidov M.M., Sulonov T.Z. Razrabotka teoreticheskikh osnov dlja ocenki dinamiki gruntovyh plotin s uchedom ih vzaimodejstvija s zhidkost'ju i volnovym unosom jenergii ot sooruzhenija k osnovaniju. Irrigacija i melioracija. 2016. 2. P. 32 – 38. (rus.)
9. Pasbani-Khiavi M., Gharabaghi A.R.M., Abedi K. Dam-reservoir interaction analysis using finite element model. The 14 World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, 2008. Beijing, China.
10. Sultanov K.S., Saljamova K.D., Husanov B.Je. Dinamicheskij raschet gruntovyh plotin s uchedom strukturnogo izmenenija grunta. Problemy razvitija transportnyh i inzhenernyh kommunikacij. M., 2011. 1. P. 37 – 40. (rus.)
11. Novackij V. Dinamika sooruzhenij. M., 1963. 375 p. (rus.)
12. Novackij V. Teorija uprugosti. M. 1975. 872 p. (rus.)
13. 2018 International Building Code, ICC IBC-2018. (2017). INTERNATIONAL CODE COUNCIL, INC.4051 Flossmoor Road, Country Club Hills, IL 60478, USA.
14. Sagomonjan A.Ja. Volny naprjazhenija v sploshnyh sredah. Izd-vo: Mosk. Un-ta. 1985. 415 p. (rus.)
15. Grishin M.M. Gidrotehnicheskie sooruzhenija. M: Vysshaja shkola 1979. T. 1. 615 p. (rus.)

**Buriev A.T., Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Ph.D.), Senior Research Officer,
Salyamova K.D. *, Doctor of Engineering Sciences (Advanced Doctor), Professor,
Turdikulov Kh.Kh., Research Assistant,
Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures
of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Uzbekistan,
Takhirov Sh.M., PhD, Head of Structures Laboratory,
University of California, Berkeley, USA**
*Corresponding author E-mail: klara_51@mail.ru

NUMERICAL ANALYSIS OF EARTH DAM STRESS-STRAIN STATE UNDER SEISMIC IMPACT CONSIDERING THE WAVE DYNAMICS

Abstract: the design, construction and operation of high-rise earth dams in seismic regions, such as the territory of the Republic of Uzbekistan, requires constant improvement of the methods to calculate them under various loads, both of a static nature (gravitational forces, hydrostatic, etc.), and of a dynamic nature, including seismic effects. Emergency situations at such facilities or their partial destruction under any impact can lead to disastrous aftermath. The aim of this study is to develop a mathematical statement and an algorithm for numerical solution to an unsteady-state problem for an earth dam in a plane elastic statement. To verify the proposed methodology and the corresponding complex of applied programs, a solution to the test problem was given (the Lamb's problem). According to the developed methodology and algorithm based on numerical method of finite differences, the problem of studying the stress-strain state was solved under shear stress on the foundation (in the form of a seismogram) on the example of the high-rise Charvak earth dam located near Tashkent city. The solution is presented in the form of distribution lines of equal displacements, stresses along the dam body, depending on time. The most vulnerable zones of the earth dam under consideration were identified.

Keywords: earth dam, numerical analysis, finite difference method, explicit scheme, stress, displacement, earthquake

Для цитирования: Буриев А.Т., Сальямова К.Д., Турдикулов Х.Х., Тахиров Ш.М. Численный анализ напряженно-деформированного состояния грунтовой плотины при сейсмическом воздействии с учетом волновой динамики // Строительные материалы и изделия. 2020. Том 3. №3. С. 5 – 20. DOI: 10.34031/2618-7183-2020-3-3-5-20

For citation: Buriev A.T., Salyamova K.D., Turdikulov Kh.Kh., Takhirov Sh.M. Numerical analysis of earth dam stress-strain state under seismic impact considering the wave dynamics. Construction Materials and Products. 2020. 3 (3). P. 5 – 20. DOI: 10.34031/2618-7183-2020-3-3-5-20

Поступила в редакцию 5 февраля 2020 г.
Принята в доработанном виде 10 апреля 2020 г.
Одобрена для публикации 2 июня 2020 г.

Received: February 5, 2020.
Revised: April 10, 2020.
Accepted: June 2, 2020.