DOI: 10.34031/2618-7183-2021-4-2-29-37

*Баламирзоев А.Г. *, доктор технических наук, профессор,
Дагестанский государственный технический университет,
Махачкалинский филиал МАДИ, Россия,
Муртузов М.М., кандидат технических наук, доцент,
Дагестанский государственный университет народного хозяйства,
Махачкалинский филиал МАДИ, Россия,
Селимханов Д.Н., кандидат технических наук, доцент,
Дагестанский государственный университет народного хозяйства,
Махачкалинский филиал МАДИ, Россия,
Дибирова З.Г., кандидат технических наук, доцент,
Махачкалинский филиал МАДИ, Россия,
Абдуллаев А.Р., доцент,
Дагестанский государственный университет народного хозяйства,
Махачкалинский филиал МАДИ, Россия*
*Ответственный автор E-mail: abdul2000@yandex.ru

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ СТАТИЧЕСКИ ПРИЛОЖЕННОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКИ

Аннотация: исследованы нелинейные поперечные колебания составных стержней, предварительно напряженных затяжками, расположенными симметрично по обе стороны от оси составного стержня при действии статически приложенной поперечной нагрузки. Рассмотрены случаи прикрепления затяжек только к торцам составного стержня, а также когда затяжки непрерывно прикреплены к составному стержню по всей его длине. Приведены результаты исследования нелинейных поперечных колебаний составных стержней при действии статически приложенной поперечной нагрузки. При проведении исследований поперечных колебаний составных стержней получены решения дифференциальных уравнений колебания предварительно напряженных сквозных балок и ядер жесткости высотных зданий. Полученные дифференциальные уравнения колебания составных стержней позволяют при различных линейных и граничных условиях определять динамические характеристики преднапряженных сквозных балок. Разработана методика составления дифференциальных уравнений свободных и вынужденных колебаний предварительно напряженных сквозных балок и ядер жесткости высотных зданий и решения дифференциальных уравнений при различных линейных и нелинейных граничных условиях.

Приведены выражения для определения продольных усилий и моментов на концах стержня при любом расположении затяжек от оси и при любых различных жесткостях затяжек.

Ключевые слова: поперечные колебания, частота и амплитуда колебаний, стержень, поперечная нагрузка, дифференциальное уравнение, функция Вейерштрасса

Введение

Динамические воздействия имеют случайную природу и в общем случае представляют собой изменяющиеся во времени и пространстве случайные поля. Поэтому при сейсмических нагрузках высокой интенсивности здания и сооружения работают как стохастические пространственные системы переменной структуры, в которых возникают локальные повреждения и зоны пластических деформаций. Анализ работы таких пространственных систем дает возможность оптимизировать параметры и конструктивные типы зданий исходя из требований надежности и экономичности.

С поперечными колебаниями мы встречаемся при расчете различного рода балок, подвергающихся действию переменных поперечных сил, при исследовании колебаний мостов и железнодорожных рельсов под действием подвижных нагрузок, при изучении вибраций, возникающих в корпусе судов под действием сил инерции неуравновешенных частей машин, и т.д.

Методы и материалы

В предлагаемой работе исследуются нелинейные поперечные колебания составных стержней, предварительно напряженных затяжками, расположенными симметрично по обе стороны от оси составного стержня, при действии статически приложенной поперечной нагрузки. Рассмотрены случаи прикрепления затяжек только к торцам составного стержня, а также когда затяжки непрерывно прикреплены к составному

стержню по всей его длине. Колебания аналогичных стержней при отсутствии поперечной нагрузки исследованы в работах [1, 2].

Дифференциальное уравнение движения преднапряженных составных стержней, подверженных воздействию поперечной нагрузки имеет вид

$$\frac{\partial^6 y}{\partial x^6} - \left(\lambda^2 - \frac{P}{\sum EI} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \lambda^2 \frac{P}{EI_o} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \lambda^2 \frac{\bar{m}}{EI_o} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\bar{m}}{\sum EI} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{1}{\sum EI} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - \lambda^2 \frac{q}{EI_o}, \quad (1)$$

где $\lambda^2, \sum EI, EI_o, P(y), \bar{m}$ – соответствует принятым в работе [1] обозначениям.

Нагрузку $q(x, t)$ считаем приложенной статически, то есть $q(x, t) = q(x)$ и представимой в виде

$$q(x) = (1/l) \sum_1^\infty Q_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (2)$$

где

$$Q_n = 2 \int_0^l q(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx \quad (3)$$

Выполняя разделение переменных в уравнении (1) по методике, принятой в работе [1] при произвольном начальном возбуждении

$$y(x, 0) = y_o(x); \quad \frac{\partial y(x, 0)}{\partial t} = \dot{y}_o(x), \quad (4)$$

получим систему дифференциальных уравнений: при $n = 2, 4, 6, \dots$

$$\ddot{f}_n \bar{m} + f_n \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 [P_n^3(\lambda) - N] + f_n \sum_1^\infty k^2 f_k^2 EF_3 \frac{n^2 \pi^4}{2l^4} = \frac{Q_n}{l},$$

при $n = 1, 3, 5, \dots$

$$\begin{aligned} \ddot{f}_n \bar{m} + f_n \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 [P_n^3(\lambda) - N] + f_n \sum_1^\infty k^2 f_k^2 EF_3 \frac{n^2 \pi^4}{2l^4} + \\ + \frac{16EF_3 c^2}{nl^2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sum_1^\infty (2k-1) f_{2k-1} = \frac{Q_n}{l}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $EF_3, l, P_n^3(\lambda), N, c$ – из [1].

В случае моногармонического возбуждения системы «стержень-затяжки» из уравнений (5) имеем

$$\ddot{f} \bar{m} + f \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 G + \frac{1}{2} f^3 \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 EF_3 = \frac{Q}{l}, \quad (6)$$

где

$$G = P^3(\lambda) - N + \frac{16EF_3 c^2}{l^2}. \quad (7)$$

Умножая выражение (6) на $\dot{f}(t)$ и интегрируя по времени, получим интеграл энергии системы «стержень-затяжки»

$$\frac{1}{2} \dot{f}^2 \bar{m} + \frac{1}{2} f^2 \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 G + \frac{1}{8} f^4 \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 EF_3 - \frac{Q}{l} f = W, \quad (8)$$

где

$$W = \frac{1}{2} \dot{f}_o^2 \bar{m} + \frac{1}{2} f_o^2 \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 G + \frac{1}{8} f_o^4 \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 EF_3 - \frac{Q}{l} f; \quad (9)$$

$(l/2)W$ – начальный запас энергии системы; $\dot{f}_o, f_o$ – соответственно начальная скорость и начальный прогиб.

Потенциальная энергия системы равна $U = (l/2)\Pi(f)$,

где

$$\Pi(f) = \frac{\pi^4 EF_3}{8l^4} f^4 + \frac{\pi^2 G}{2l^2} f^2 - \frac{Q}{l} f. \quad (10)$$

При действии поперечной нагрузки, как нетрудно убедиться из (10), наша система имеет статическое равновесное состояние следующего вида

$$y = a \sin \frac{\pi x}{l},$$

где a – определяется из алгебраического уравнения

$$a^3 + \frac{2l^2 G}{\pi^2 EF_3} a - \frac{2l^3 Q}{\pi^4 EF_3} = 0. \quad (11)$$

Выражение (10) при $\Pi'(f) = 0$ или равносильное ему (11) имеет:

1. При $G > -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{Q^2 EF_3}{\pi^2}}$ – один действительный корень;
2. При $G \leq -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{Q^2 EF_3}{\pi^2}}$ – три действительных корня.

Результаты и обсуждения

В первом случае функция $\Pi(f)$ при $f = a_3$ достигает минимума. Так как $\Pi(0) = 0$, $\Pi'(0) = -(Q/l)$ и $Q > 0$, то график функции $\Pi(f)$ проходит через начало координат из четвертой четверти во вторую, и, следовательно, на фазовой плоскости $(f, \dot{f})$ $a_3 > 0$. Тогда из (10) получим

$$\Pi_{\min} = \Pi(a_3) = \frac{\pi^2}{l^4} \left(Ga_3 - \frac{3lQ}{\pi^2} \right) a_3 < 0 \quad (12)$$

Во втором случае уравнение (11) имеет три действительных корня $a_1 < a_2 < 0 < a_3$ и система обладает тремя положениями статического равновесия. Функция $\Pi(f)$ имеет в точках a_1 и a_3 минимумы $\Pi(a_1) = \Pi_1$, $\Pi(a_3) = \Pi_3$, а в точке a_2 максимум $\Pi(a_2) = \Pi_2$, причем

$$\Pi_3 < \Pi_1 < \Pi_2 \quad \text{и} \quad \Pi_i = \frac{\pi^4}{4l^2} \left(Ga_i - \frac{3lQ}{\pi^2} \right) a_i.$$

Здесь, в зависимости от значения W возможны устойчивые колебания около точек a_1 , a_3 и неустойчивые (перескок) около точки a_2 . В дальнейшем рассмотрим только первый случай, так как второй случай для жестких конструкций не имеет особого прикладного значения.

Рис. 1. Зависимость частоты колебаний центрально преднапряженных стержней с неотключающимися затяжками от усилия преднапряжения

Fig. 1. Dependence of the vibration frequency of centrally prestressed rods with non-disconnecting lagging on the prestressing force

Нетрудно убедиться в том, что числа $EF_3\Pi_i$ ($i = 1, 2, 3$) являются корнями следующего кубического уравнения

$$u^3 + G^2u^2 + (1/4)Gu[G^3 + 9EF_3(Q/\pi)^2] + (1/8)EF_3(Q/\pi)^2 \cdot [G^3 + (27/4)EF_3(Q/\pi)^2] = 0 \quad (13)$$

Уравнение (13) при $G > -\frac{3}{2}\sqrt[3]{Q^2EF_3/\pi^2}$ также имеет единственный действительный корень.

Из уравнения (8), обозначив $\pi f/l = X$, после несложных преобразований получим:

$$\pm \frac{\pi}{l\sqrt{m}} = \int_{X_0}^X \frac{dx}{\sqrt{F(X)}}, \quad (14)$$

$$\text{где } X_0 = (\pi/l)f_0; F(X) = -(1/4)EF_3X^4 - Gx^2 + (2Q/\pi)X + 2W. \quad (15)$$

Из (14), полагая $z = \pm \pi/l\sqrt{m}$, как известно из работы [3] получим:

$$X = X_0 + \frac{\sqrt{F(X_0)}\wp'(z) + \frac{1}{2}F'(X_0)\left[\wp(z) - \frac{1}{24}F''(X_0)\right] + \frac{1}{24}F(X_0)F^{11}(X_0)}{2\left[\wp(z) - (1/24)F^{11}(X_0)\right]^2 - 1/48F(X_0)F^{1Y}(X_0)}, \quad (16)$$

где $\wp(z)$ – эллиптическая функция Вейерштрасса.

Чтобы построить функцию Вейерштрасса, необходимо определить инварианты g_1 , g_2 и числа e_1 , e_2 и e_3 , которые являются корнями уравнения:

$$4s^3 - g_2s - g_3 = 0 \quad (17)$$

Инварианты определим из полинома (15)

$$\begin{aligned} g_2 &= (1/12)(G^2 - 6EF_3W) \\ g_3 &= (1/216)[18GEF_3W + G^3 + (27/2)EF_3(Q/\pi)^2]. \end{aligned} \quad (18)$$

Вычислим дискриминант $\Delta = g_3^2 - (1/27)g_2^3$ уравнения (17)

$$\begin{aligned} 216\Delta &= u^3 + G^2u^2 + (1/4)Gu[G^3 + 9EF_3(Q/\pi)^2] + \\ &+ (1/8)EF_3(Q/\pi)^2[G^3 + (27/4)EF_3(Q/\pi)^2], \end{aligned} \quad (19)$$

где $u = EF_3W$.

При $\Delta = 0$ из (19) получим кубическое уравнение (13), корнями которого являются числа $EF_3\Pi_i$.

Если $G > -(3/2)\sqrt[3]{Q^2EF_3/\pi^2}$ и $W > \Pi_3$ где Π_3 – единственный корень уравнения (13), то из выражения (19) следует, что $\Delta > 0$. Следовательно, уравнение (17) имеет единственный действительный корень:

$$e_2 = (1/2)\left(\sqrt[3]{g_3 + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{g_3 - \sqrt{\Delta}}\right) \quad (20)$$

Функцию Вейерштрасса, как известно, например, из [4], при единственном действительном нуле можно выразить через функции Якоби следующим образом

$$\wp(z) = e_2 + H \frac{1 + cn(2z\sqrt{H})}{1 - cn(2z\sqrt{H})}, \quad (21)$$

где $H = \sqrt{3e_2^2 - (g_2/4)}$.

Для определения частоты колебаний из (14) и (21) получим следующее выражение

$$\omega = \frac{\pi^2 \sqrt{H/\overline{m}}}{lF(\pi/2, k)} \quad (22)$$

где $k^2 = (1/2) - (3e_2/4H)$, $F(\pi/2, k)$ – эллиптический интеграл.

Для определения амплитуды колебаний из (8), полагая $\dot{f} = 0$, имеем:

$$(1/8)EF_3(\pi/l)^4 A^4 + (1/2)G(\pi/l)^2 A^2 - (Q/l)A - W = 0. \quad (23)$$

Откуда получим:

$$A_{1,2} = 2 \frac{l}{\pi} \left[\sqrt{\frac{6e_2 - G}{6EF_3}} \pm \sqrt{\frac{3e_2 + G}{3EF_3} + \sqrt{\left(\frac{12e_2 + G}{6EF_3}\right)^2 + \frac{W}{2EF_3}}} \right]. \quad (24)$$

Для системы «стержень – затяжки» с непрерывно прикрепленными по длине стержня затяжками уравнение (6) принимает вид

$$\ddot{f}\overline{m} + f[P^3(\lambda) + (16EF_3c^2/l^2)](\pi/l)^2 - (Q/l) = 0. \quad (25)$$

Рис. 2. Зависимость частоты колебаний систем с отключающимися затяжками от усилия преднапряжения: 1 – затяжки, прикрепленные по торцам, расположены симметрично относительно оси стержня; 2 – то же при непрерывном контакте затяжек со стержнем; 3 – затяжки, прикрепленные по торцам, расположены по оси стержня; 4 – то же при непрерывном контакте затяжек со стержнем
Fig. 2. Dependence of the vibration frequency of systems with disconnecting lagging on the prestressing force: 1-lagging attached at the ends, located symmetrically relative to the axis of the rod; 2 – the same with continuous contact of the lagging with the rod; 3 – lagging attached at the ends located along the axis of the rod; 4 – the same with continuous contact of the lagging with the rod

Уравнение (25) является линейным, поэтому частота колебаний не зависит от поперечной нагрузки

$$\omega = (\pi/l) \sqrt{\frac{P^3(\lambda) + (16EF_3c^2/l^2)}{m}}. \quad (26)$$

В отличие от частоты, амплитуда колебаний зависит от Q и определяется из следующего выражения

$$A_{1,2} = (Q/lB^2) \pm \sqrt{(Q^2/l^2 B^4) + (2W/B^2)}, \quad (27)$$

где $B^2 = (\pi/l)^2 [P^3(\lambda) + (16EF_3c^2/l^2)]$;

$$W = (1/2)f_o^2 m + (1/2)f_o^2 B^2 - (Q/l)f_o. \quad (28)$$

Рис. 3. Зависимость частоты колебаний от жесткости связей
Fig. 3. Dependence of the oscillation frequency on the stiffness of the bonds

Выводы

Получены дифференциальные уравнения колебаний предварительно напряженных сквозных балок, расчетные схемы которых представлены в виде составных стержней, усиленных затяжками и найдены решения дифференциальных уравнений составных преднапряженных стержней с двумя и тремя ветвями, с затяжками, расположенными по оси стержня, симметрично относительно оси, эксцентрично.

Литература

1. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М.: Наука, 1971. 807 с.
2. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, 1968. 560 с.
3. Ольшанский В.П., Тищенко Л.Н., Ольшанский С.В. Колебания стержней и пластин при механическом ударе. Харьков: "Міськдрук", 2012. 319 с.
4. Санкин Ю.Н., Юганова Н.А. Нестационарные колебания стержневых систем при соударении с препятствием / под общ. ред. Ю.Н. Санкина. Ульяновск: УлГТУ, 2010. 174 с.
5. Хачалов Г.Б. Определение и исследование динамических характеристик предварительно напряженных балок и ядер жесткости высотных зданий: дис. ... канд. техн. наук / науч. рук. Е.И. Беленя. Киев. 1981. 159 с.
6. Lei G., Weiping S., Lixia G., Lunyan W. Numerical simulation of concrete dam during heavy rain // Magazine of Civil Engineering. 2020. № 99 (7). Article No. 9903 DOI: 10.18720/MCE.99.3
7. Кашеварова Г.Г., Тонков Ю.Л. Техническая диагностика железобетонных конструкций с применением интеллектуальных систем // Инженерно-строительный журнал. 2020. № 1 (93). С. 13 – 26. DOI: 10.18720/MCE.93.2
8. Klyuev S.V., Klyuev A.V., Abakarov A.D., Shorstova E.S., Gafarova N.G. The effect of particulate reinforcement on strength and deformation characteristics of fine-grained concrete // Magazine of Civil Engineering. 2017. Vol. 75. № 7. P. 66 – 75
9. Кулешов А.А., Солоненко В.А., Ящук А.А. Мониторинг и визуализация напряженно-деформированного состояния причальной конструкции в режиме реального времени // Вестн Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2015. № 6 (38). С. 73 – 80.
10. Замалиев Ф.С., Закиров М.А. Напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонной плиты при длительных нагружениях // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 7 (83). С. 12 – 23.
11. Краковский М.Б. Повышение надежности железобетонных конструкций при расчетах по нескольким программным комплексам // Стр. мех и расчет сооруж. 2016. № 5 (268). С. 45 – 49.
12. Райзер В.Д. Анализ надежности конструкций при износе несущих конструкций // Стр. мех и расчет сооруж. 2013. № 6 (251). С. 16 – 20.
13. Снигирева В.А., Горынин Г.Л. Нелинейное напряженно-деформированное состояние трубобетонных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 7 (83). С. 73 – 82.
14. Krishan A.L., Chernyshova E.P., Sabirov R.R. Calculating the Strength of Concrete Filled Steel Tube Columns of Solid and Ring Cross-section // Procedia Engineering. 2016. № 150. P. 1878 – 1884.
15. Lapenko O.I., Shevchenko O.V., Masud N.N. Compression Work of Steel Reinforced Concrete Columns // International Journal of Engineering & Technology. 2018. № 7 (3.2). P. 229 – 231.
16. Сухотерин М.В., Барышников С.О., Кныш Т.П., Абдикаримов Р.А. Собственные колебания прямоугольной пластины, защемленной по двум смежным краям // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 6 (82). С. 81 – 94.
17. Monterrubio L.E., Ilanko S. Proof of convergence for a set of admissible functions for the Rayleigh-Ritz analysis of beams and plates and shells of rectangular plan form // Computers and Structures. 2015. Vol. 147. P. 236 – 243.
18. Ромакина О.М. Об установившихся поперечных колебаниях прямоугольной пластины из ортотропного материала // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2010. Т. 10. вып. 1. С. 71 – 77.
19. Сухотерин М.В. Собственные колебания прямоугольной консольной пластины // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 2. С. 24 – 26.
20. Тюкалов Ю.Я. Определение частот свободных колебаний методом конечных элементов в напряжениях // Инженерно-строительный журнал. 2016. № 7 (67). С. 39 – 54.

21. Мирсаидов М.М., Абдикаримов Р.А., Ватин Н.И., Жгутов В.М., Ходжаев Д.А., Нормуминов Б.А. Нелинейные параметрические колебания вязкоупругой пластинки переменной толщины // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 6 (82). С. 112 – 126.

22. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Нестеров С.В. Численно-аналитический метод исследования параметрических колебаний // Прикладная математика и механика. 2015. Т. 79. № 2. С. 163 – 180.

References

1. Timoshenko S.P. Stability of rods, plates and shells. Moscow: Nauka, 1971. 807 p. (rus.)
2. Babakov I.M. Theory of oscillations. Moscow: Nauka, 1968. 560 p. (rus.)
3. Olshansky V.P., Tishchenko L.N., Olshansky S.V. Vibrations of rods and plates under mechanical shock. Kharkiv: "Miskdruk", 2012. 319 p. (rus.)
4. Sankin Yu.N., Yuganova N.A. Nonstationary oscillations of rod systems in collision with an obstacle. under the general ed. of Yu.N. Sankin. Ulyanovsk: UISTU, 2010. 174 p. (rus.)
5. Khachalov G.B. Definition and research of dynamic characteristics of prestressed beams and cores of rigidity of high-rise buildings: dis. ... Cand. of Eng. Sciences. scient. superv. E.I. Belenya. Kiev. 1981. 159 p. (rus.)
6. Lei G., Weiping S., Lixia G., Lunyan W. Numerical simulation of concrete dam during heavy rain. Magazine of Civil Engineering. 2020. 99 (7). Article No. 9903 DOI: 10.18720/MCE.99.3
7. Kashevarova G.G., Tonkov Yu.L. Technical diagnostics of reinforced concrete structures with the use of intelligent systems. Engineering and construction journal. 2020. 1 (93). P. 13 – 26. DOI: 10.18720/MCE.93.2 (rus.)
8. Klyuev S.V., Klyuev A.V., Abakarov A.D., Shorstova E.S., Gafarova N.G. The effect of particulate reinforcement on strength and deformation characteristics of fine-grained concrete. Magazine of Civil Engineering. 2017. 75 (7). P. 66 – 75.
9. Kuleshov A.A., Solonenko V.A., Yashchuk A.A. Monitoring and visualization of the stress-strain state of the mooring structure in real time. Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and Mechanics. 2015. 6 (38). P. 73 – 80. (rus.)
10. Zamaliev F.S., Zakirov M.A. Stress-strain state of steel-reinforced concrete slabs under prolonged loading. Engineering and construction journal. 2018. 7 (83). P. 12 – 23. (rus.)
11. Krakovsky M.B. Improving the reliability of reinforced concrete structures in calculations for several software complexes. 2016. 5 (268). P. 45 – 49. (rus.)
12. Rayser V.D. Analysis of the reliability of structures during the wear of load-bearing structures. 2013. 6 (251). P. 16-20. (rus.)
13. Snigireva V.A., Gorynin G.L. Nonlinear stress-strain state of pipe-concrete structures. Engineering and construction journal. 2018. 7 (83). P. 73 – 82. (rus.)
14. Krishan A.L., Chernyshova E.P., Sabirov R.R. Calculating the Strength of Concrete Filled Steel Tube Columns of Solid and Ring Cross-section. Procedia Engineering. 2016. 150. P. 1878 – 1884.
15. Lapenko O.I., Shevchenko O.V., Masud N.N. Compression Work of Steel Reinforced Concrete Columns. International Journal of Engineering & Technology. 2018. 7 (3.2). P. 229 – 231.
16. Sukhoterlin M.V., Baryshnikov S.O., Knysh T.P., Abdikarimov R.A. Natural oscillations of a rectangular plate pinched along two adjacent edges. Engineering and construction journal. 2018. 6 (82). P. 81 – 94. (rus.)
17. Monterrubio L.E., Ilanko S. Proof of convergence for a set of admissible functions for the Rayleigh-Ritz analysis of beams and plates and shells of rectangular plan form. Computers and Structures. 2015. 147. P. 236 – 243.
18. Romakina O.M. Steady-state transverse vibrations of a rectangular plate made of an orthotropic material. Proceedings of Saratov University. New series. Series: Mathematics. Mechanics. Computer science. 2010. 10 (1). P. 71 – 77. (rus.)
19. Sukhoterlin M.V. Self-values of a rectangular cantilever plate. Construction mechanics and calculation of structures. 2014. 2. P. 24 – 26. (rus.)
20. Tyukalov Yu.Ya. Determination of free oscillation frequencies by the finite element method in stresses. Engineering and construction journal. 2016. 7 (67). P. 39 – 54. (rus.)
21. Mirsaidov M.M., Abdikarimov R.A., Vatin N.I., Zhgutov V.M., Khodzhaev D.A., Normuminov B.A. Non-linear parametric oscillations of a viscoelastic plate of variable thickness. Engineering and construction journal. 2018. 6 (82). P. 112 – 126. (rus.)
22. Akulenko L.D., Kumakshev S.A., Nesterov S.V. Numerical-analytical method for studying parametric oscillations. Applied Mathematics and Mechanics. 2015. 79 (2). P. 163 – 180. (rus.)

Balamirzoev A.G. *, *Doctor of Engineering Sciences (Advanced Doctor), Professor,
Dagestan State Technical University,
Makhachkala branch of MADI, Russia,*
Murtuzov M.M., *Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Associate Professor,
Dagestan State University of National Economy,
Makhachkala branch of MADI, Russia,*
Selimkhanov D.N., *Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Associate Professor,
Dagestan State University of National Economy,
Makhachkala branch of MADI, Russia,*
Dibirova Z.G., *Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Associate Professor,
Makhachkala branch of MADI, Russia,*
Abdullaev A.R., *Associate Professor
Dagestan State University of National Economy,
Makhachkala branch of MADI, Russia*
*Corresponding author E-mail: abdul2000@yandex.ru

NONLINEAR TRANSVERSE VIBRATIONS OF COMPOSITE RODS UNDER THE ACTION OF A STATICALLY APPLIED TRANSVERSE LOAD

Abstract: nonlinear transverse vibrations of composite rods pre-loaded with lagging arranged symmetrically on both sides of the axis of the composite rod under the action of a statically applied transverse load are investigated. The cases of attaching the lagging only to the ends of the composite rod, as well as when the laggings are continuously attached to the composite rod along its entire length, are considered. The results of the study of nonlinear transverse vibrations of composite rods under the action of a statically applied transverse load are presented. When conducting studies of transverse vibrations of composite rods, solutions of differential equations of vibration of prestressed through beams and stiffening cores of high-rise buildings are obtained. The obtained differential equations of vibration of composite rods allow us to determine the dynamic characteristics of prestressed through beams under various linear and boundary conditions. A method for composing differential equations of free and forced oscillations of prestressed through beams and stiffening cores of high-rise buildings and solving differential equations under various linear and nonlinear boundary conditions is developed.

Expressions are given for determining the longitudinal forces and torques at the ends of the rod at any location of the lagging from the axis and at any different stiffness of the lagging.

Keywords: transverse vibrations, frequency and amplitude of vibrations, rod, transverse load, differential equation, Weierstrass function

Для цитирования: Баламирзоев А.Г., Муртузов М.М., Селимханов Д.Н., Дибирова З.Г., Абдуллаев А.Р. Нелинейные поперечные колебания составных стержней при действии статически приложенной поперечной нагрузки // Строительные материалы и изделия. 2021. Том 4. № 2. С. 29 – 37. DOI: 10.34031/2618-7183-2021-4-2-29-37

For citation: Balamirzoev A.G., Murtuzov M.M., Selimkhanov D.N., Dibirova Z.G., Abdullaev A.R. Nonlinear transverse vibrations of composite rods under the action of a statically applied transverse load. Construction Materials and Products. 2021. 4 (2). P. 29 – 37. DOI: 10.34031/2618-7183-2021-4-2-29-37

Поступила в редакцию 1 февраля 2021 г.
Принята в доработанном виде 19 марта 2021 г.
Одобрена для публикации 12 апреля 2021 г.

Received: February 1, 2021.
Revised: March 19, 2021.
Accepted: April 12, 2021.