

DOI: 10.34031/2618-7183-2019-2-2-29-40

*Сердюков Н.Д., аспирант,
Рыженко Е.В. *, начальник отдела интеллектуальной собственности,
Смирнов Ю.П., кандидат технических наук,
заместитель директора по науке и новой технике,
Машиков А.В., кандидат технических наук, профессор,
Волжский научно-технический комплекс (филиал)
Волгоградского государственного технического университета, Россия*
*Ответственный автор E-mail: ois@vntk-org.ru

РАСЧЕТ РУКАВНОГО ПАКЕРУЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА С ПЕРЕМЕННЫМ УГЛОМ УКЛАДКИ НИТЕЙ КОРДА ДЛЯ СОЗДАНИЯ ТОРЦЕВОЙ ЗАЩИТЫ (ЧАСТЬ 1)

Аннотация: разработана методика расчета влияния конструктивных и технологических параметров материала оболочки пакерующего элемента: начального угла укладки нитей армирующего каркаса, плотности упаковки нитей в области штуцеров, числа слоев каркаса, модуля упругости резины на силовые характеристики оболочки, с целью создания торцевой защиты пакерующего элемента. В первой части работы исследуется оболочка пакерующего элемента с укладкой нитей с постоянным углом по всей длине оболочки. Полученные результаты расчета, позволили количественно оценить и обосновать конструктивные и технологические направления повышения надежности торцевой защиты пакерующего элемента. Разработанная методика расчета является основой разработки более общей методики расчета силовых характеристик оболочки пакерующего элемента с переменным по длине оболочки начальным углом укладки нитей.

Ключевые слова: пакерующий элемент, оболочка, армирующие нити, торцевая защита, угол укладки нитей, затекание.

Введение

Рукавные резинокордные пакерующие элементы (далее – ПЭ) широко используются в процессе бурения нефтяных и газовых скважин для разобщения пластов, установки цементных мостов, испытания продуктивных пластов, ремонта обсадных колонн в системе пакеров специализированного инструмента для работ в скважине.

Упруго-расширяющийся ПЭ под действием внутреннего избыточного давления раздувается, перекрывает межтрубный зазор, разобщая ствол скважины. В процессе сброса давления под пакером, например, для возбуждения притока пластовой жидкости при испытании вскрытого пласта, стенка нижней торцевой части ПЭ затекает в зазор между стенкой скважины и ниппелем ПЭ. Глубина затекания зависит от величины перепада давлений, от величины коэффициента пакерования (соотношения диаметра скважины к диаметру ПЭ), конструкции стенки ПЭ – ее податливости к деформациям и ряда других факторов. В результате сильных деформаций и больших, свыше допустимых нагрузок стенка ПЭ в зоне затекания разрушается, и герметичность ствола скважины нарушается.

Для снижения степени затекания и предохранения нижней концевой части – торца ПЭ, перекрывающего межтрубный зазор в скважине, используют различные монтажные устройства как внутри ПЭ, так и на его наружной корпусной упругой стенке в районе торца – это пружины, якоря, шипы, гравийные покрытия, колотую дробь или более жесткий упруго-расширяющийся армирующий каркас ПЭ, чем резинокордный композит. Использование дополнительных инженерных решений по созданию торцевой защиты ПЭ расширяет область его использования, повышает надежность, но зачастую значительно удорожает его стоимость.

В настоящей работе авторами разработана наиболее доступная по затратам инновационная технология и конструктивная схема резинокордного ПЭ, с меняющейся и одновременно заданной деформационно-упруго-расширяющейся способностью ПЭ по его длине. Данный эффект достигается за счет переменных углов сплошной (непрерывной) укладки армирующих нитей слоев силового каркаса ПЭ.

Методы и материалы

Работа ПЭ обеспечивается подачей в оболочку начального избыточного давления p_u и дополнительного давления p_c (давление гидростатического столба промывочной жидкости в скважине) на границе со стенкой скважины. Сброс давления ниже ПЭ на величину Δp равносильен увеличению внутреннего давления на

нижней границе ПЭ. То есть в состоянии затекания внутреннее избыточное давление в оболочке p равно: $p = p_u + p_c + \Delta p$.

На плоских развертках корпусов ПЭ примерное размещение нитей корда в одном из слоев армирующего каркаса с постоянными углами укладки вдоль оси ПЭ представляет собой семейство прямых, параллельных одному заданному направлению с углом наклона относительно оси ω_0 . Размещение нитей корда на плоской развертке ПЭ в одном из слоев армирующего каркаса с переменными углами укладки, представлено тремя областями: две области на участках близких к концевым штуцерам с семействами прямых параллельных заданному в этих областях углу наклона к оси симметрии ω_1 , и срединную область с семейством прямых параллельных заданному для срединной области углу наклона к оси симметрии ω_2 . При этом в разработанной методике для повышения жесткости резинокордного материала оболочки и эффективности торцевой защиты ПЭ принимается $\omega_1 > \omega_2$.

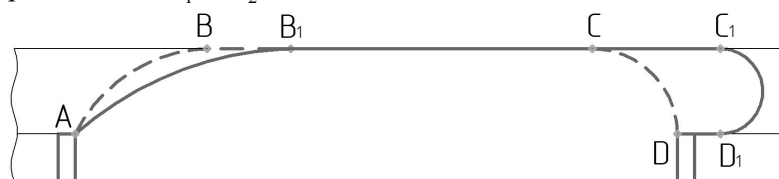


Рис. 1. Принципиальная схема деформирования ПЭ с постоянным и переменным углами укладки нитей корда в армирующем силовом слое

Fig. 1. Schematic diagram of the deformation of PE with constant and variable angles for laying cord filaments in a reinforcing force layer

На рис. 1 конфигурации меридиана $AB_1CC_1D_1D$ соответствует деформированное состояние оболочки в случае постоянного по длине начального угла укладки нитей. В этом случае при угле укладки нитей от оси симметрии оболочки порядка $\omega_0 = 20^\circ \pm 10^\circ$, оболочка, деформируясь под действием дополнительного перепада давления Δp ниже ПЭ (сброс давления), затекает в зазор из-за пониженной жесткости – участок затекания CC_1D_1D . Концевые участки ПЭ с постоянным углом укладки нитей ω_0 , (отсчитываемым от оси симметрии) например $\omega_0 = 10^\circ - 30^\circ$ принимают тороидальную форму – участки меридиана AB_1 и CC_1D_1D .

Конфигурации меридиана $ABCD$ соответствует деформированное состояние оболочки в случае переменного по длине начального угла укладки нитей. Концевые участки ПЭ с переменными углами укладки, например, на торцах $\omega_0 = 35^\circ - 55^\circ$, а в срединной части $\omega_0 = 10^\circ - 30^\circ$, принимают приблизительно конусную форму. То есть интенсивность расхождения нитей на торцах ПЭ, перекрывающих межтрубный зазор, значительно ниже, чем в случае постоянного угла укладки. Отсюда следует, что плотность нитей на торцевых участках выше, чем на срединном участке в силу требуемой (технологически необходимой) ширины полосы корда для обкладки срединной части равной по диаметру всего рукава, но под различным углом укладки. Ширина полосы выражается формулой: $B = \pi D \cdot \cos \alpha$, где D – диаметр рукава, α – угол укладки нитей при равном их шаге в полосе. В результате стенка торцевого эластичного участка ПЭ CC_1D_1D для постоянного угла укладки $\omega_0 = 10^\circ - 30^\circ$ под действием перепада давления затекает в межтрубный зазор, а торцевой жесткий участок ПЭ CD препятствует его затеканию. При данной технологии плотность нитей при переменных углах укладки нитей на конечных торцевых и срединном участках в рукавном ПЭ подчиняется соотношению косинусов их углов укладки при равных диаметрах. То есть плотность нитей ПЭ с переменным углом укладки на торцевых участках порядка $\omega_0 = 35^\circ - 55^\circ$ выше, чем плотность нитей на торцевых участках ПЭ с постоянным углом укладки $\omega_0 = 10^\circ - 30^\circ$ в среднем в 1,5-1,7 раза. Торцевой участок ПЭ – CD , опираясь на стенку скважины и заделку в штуцере (ниппеле), за счет повышенной жесткости прогибается в меньшей степени в сравнении с аналогичным участком ПЭ – CC_1D_1D , который затекает в зазор из-за пониженной жесткости.

Здесь и далее в расчетах используются (при необходимости и с соответствующими пояснениями), два варианта отсчета угла начальной траектории укладки нитей на поверхности оболочки ПЭ: β – от нормали

к оси симметрии оболочки (угол подъема [1]) и ω – от оси симметрии [6]. Из определения следует, что углы наклона траектории нити ω и β связаны равенством $\beta + \omega = \frac{\pi}{2}$.

Целью настоящей работы является разработка на основе имеющихся экспериментальных данных и лабораторных исследований деформирования ПЭ методики количественного расчета влияния первоначальных конструктивных и технологических параметров материала оболочки таких как: переменные по длине начальные углы укладки нитей армирующего каркаса, повышения при технологии сборки плотности упаковки нитей в области штуцеров, число слоев каркаса, модуль упругости резины на:

- 1) жесткость оболочки, в качестве количественной характеристики которой принимается удельная энергия деформации W элемента резинокордного пакета [1];
- 2) величины интенсивностей меридиональных T_m и окружных усилий T_t ,
- 3) усилия N в армирующих нитях.

Далее для величин W , T_m , T_t и N в тексте используется термин – силовые характеристики.

Предлагаемая методика расчета силовых характеристик оболочки состоит из двух частей. В первой части работы исследуется оболочка ПЭ с укладкой нитей с постоянным углом по всей длине оболочки. Во второй части работы исследуется случай, когда армирующие нити уложены под различными углами к оси симметрии ПЭ в срединной и торцевой зонах.

Результаты и обсуждения

В первой части работы разработана расчетная методика, позволяющая проводить расчет и анализ влияния на силовые характеристики начального постоянного по длине ПЭ угла подъема нитей β_0 для углов укладки в диапазоне 35° - 55° и диапазоне коэффициента пакерования $k=1,2$ - $1,5$. В расчет удельной энергии деформации резинокордного пакета W и силовых характеристик входит величина $\cos\beta$, где β – угол между траекториями нитей и нормалью к оси симметрии (угол подъема нитей) в деформированном состоянии [1]. В рассматриваемом диапазоне изменения начальных углов укладки нитей β_0 и значений коэффициента пакерования $k = \frac{r}{r_0} \geq 1,25$, формула $\cos\beta = \frac{r}{r_0} \cos\beta_0$, полученная для малых изменений углов положения нитей при деформации, дает значения $\cos\beta \geq 1$. Поэтому для расчета величины переменного угла наклона нитей β в деформированном состоянии на торообразном участке использовались методы дифференциальной геометрии [3], не требующие выполнения условия малости радиальных деформаций оболочки ПЭ.

Одним из перспективных направлений повышения надежности работы ПЭ является разработка конструкций ПЭ с повышенным значением жесткости оболочки в области закрепления (штуцеров), что за счет перераспределения большей доли усилий в оболочке на армирующие нити повышает жесткость и прочность, а также снижает возможность затекания оболочки в межтрубный зазор.

Выбор величины удельной энергии деформации W (отнесенной к единице площади поверхности оболочки) в качестве количественного показателя жесткости композитного материала оболочки ПЭ обусловлен тем, что величина W [1] учитывает все основные физико-механические показатели материала оболочки: число слоев каркаса, плотность упаковки нитей в пакете, угол первоначальной укладки, приведенную толщину и модуль упругости связующего материала – резины:

$$W = 2G \cdot h \cdot B(\tilde{x}) \cdot \varepsilon_y^2, \quad (1)$$

где: переменный по длине оболочки коэффициент $B(\tilde{x})$ определяется формулой

$$B(\tilde{x}) = 1 + ctg^4\beta(\tilde{x}) - ctg^2\beta(\tilde{x}),$$

G – модуль сдвига резины, $h_{np} = h + nd(K - 1)$ – приведенная толщина конструкции, h – толщина пакета, равная сумме толщины резинокордных слоев и толщины герметизирующих обкладок, n – полное число слоев нитей, d – диаметр нити, $\beta(\tilde{x})$ – в общем случае переменный по длине оболочки угол (угол подъема нити [1]) положения армирующих нитей, x – осевая координата; $\varepsilon_y = \frac{r(\tilde{x})}{r_0} - 1$ – относительная дефор-

мация в окружном направлении (параллели), где r_0 – начальный радиус оболочки, $r(\tilde{x})$ – переменное по длине значение радиуса срединной поверхности оболочки на торообразном участке; K – коэффициент, определяющий плотность упаковки нитей и зависящий от отношения $\frac{d}{t}$ диаметра к шагу нитей.

Коэффициент K показывает во сколько раз энергия деформации резинокордного слоя больше, чем энергия деформации чисто резинового слоя при той же средней деформации сдвига [1].

Так как материал матрицы композита (резина) обладает высокой эластичностью [4, 5], а армирующие нити предполагаются абсолютно гибкими [6, 7], то в настоящей работе для описания уравнения траектории нитей на торообразных участках оболочки ПЭ (рис. 2) в деформированном состоянии используется аппарат дифференциальной геометрии [3].

Величина энергии деформации W резинокордного пакета определялась соотношением (1) с учетом того, что при переходе цилиндрической в первоначальном состоянии формы оболочки к торообразной форме в области штуцеров, значение угла $\beta(\tilde{x})$ положения нитей является функцией осевой координаты сечения, что приводит к необходимости использования формулы (1) в более общей дифференциальной форме. Именно, при расчете энергии деформации W использовались переменные по длине торообразного участка значения угла подъема нитей каркаса $\beta(\tilde{x})$ в деформированном состоянии.

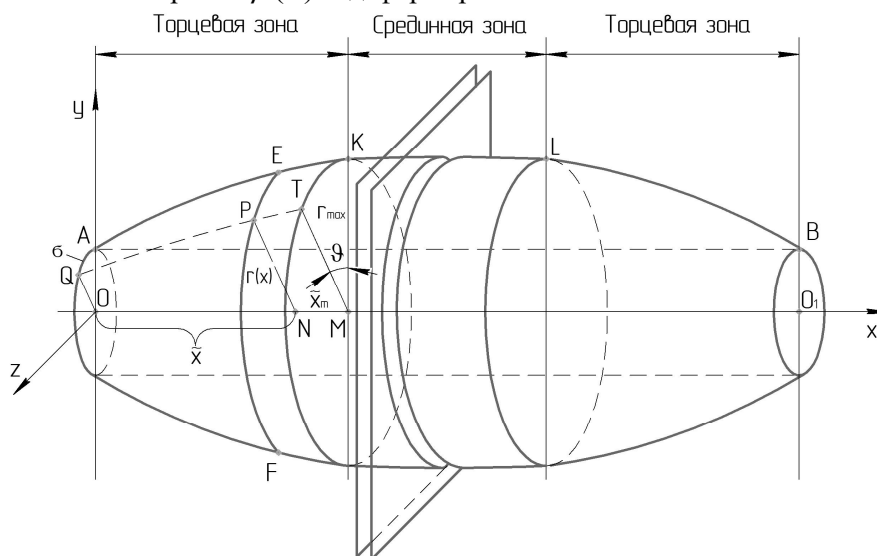


Рис. 2. Расчетная схема упруго-расширяющейся оболочки ПЭ в деформированном состоянии под действием внутреннего давления

Fig. 2. Design diagram of elastically expanding PE shell in deformed condition under the effect of internal pressure

Следует отметить, что рассматриваемая задача расчета силовых характеристик армированной резинокордной оболочки ПЭ не может быть решена на основе известных решений задач расчета напряженно-деформированного состояния (далее – НДС) длинных рукавов [1, 6] под действием внутреннего избыточного давления. Это следует из того, что в деформированном состоянии оболочка ПЭ, согласно экспериментальным данным, имеет в области концевых штуцеров не цилиндрическую, а торообразную форму, поэтому положенная в основу решения ряда задач по расчету рукавов в работах [1, 4, 6] гипотеза цилиндрических сечений неприменима. В работе [2] использовалась однопараметрическая модель описания положения армирующих нитей на деформированной поверхности оболочки при аппроксимации переменного шага $k(\sigma)$ винтовой линии на торообразной поверхности параболой второго порядка от аргумента σ .

В настоящей работе принята трехпараметрическая модель аппроксимации искомой функции осевой координаты $\tilde{x}(\sigma)$ точки на деформированной поверхности в форме полинома. На основе принятой модели разработана новая методика, позволяющая проводить расчет силовых характеристик оболочки ПЭ с переменными углами начальной укладки нитей, которую можно рассматривать как обобщение методики работы [2].

В силу симметричности укладки семейств армирующих нитей относительно образующей при деформации оболочка не испытывает скручивания, то есть все искомые величины и параметры задачи не зависят от полярного угла [1, 2, 6].

Для описания деформированного состояния оболочки ПЭ используется цилиндрическая система координат (r, ϑ, x) (Рис. 2). В рассматриваемой постановке задачи начальная цилиндрическая координата точек срединной поверхности оболочки постоянна по длине оболочки и равна r_0 . Тогда цилиндрические координаты точки срединной поверхности в недеформированном состоянии (r_0, ϑ, x) удовлетворяют условиям $(r = r_0; 0 \leq \vartheta \leq 2\pi; 0 \leq x \leq x_m)$, где x_m – длина торообразного участка (осевая координата граничной точки) до деформации. На основе полученных экспериментальных данных длину торообразного участка оболочки после деформации \tilde{x}_m (осевая координата граничной точки торообразного участка) можно, для рассматриваемого ряда типоразмеров, принять равной $\tilde{x}_m = \eta_1 \cdot 2r_0$, а длину торообразного участка до деформации x_m равной $x_m = \eta_2 \cdot \tilde{x}_m$. Исходя из данных эксперимента для рассматриваемого в примере типоразмера оболочки значение длины торообразного участка после деформации принято равным $\tilde{x}_m = 18,4$ см. Коэффициенты, входящие при расчете в выражения для \tilde{x}_m и x_m приняты равными $\eta_1 = 1,62$, $\eta_2 = 1,2$ и должны уточняться на основе соответствующих экспериментов для каждого типоразмера оболочки ПЭ.

Следует отметить, что перемещения точек оболочки предполагаются конечными, поэтому значения длин торообразного участка до деформации x_m и после деформации \tilde{x}_m не равны и $x_m > \tilde{x}_m$, то есть происходит конечное сокращение длины оболочки. Обозначим цилиндрические координаты точки срединной поверхности оболочки ПЭ на торообразном участке в деформированном состоянии через $(r, \vartheta, \tilde{x})$, где, соответственно, $r(\tilde{x})$ и $\tilde{x} = \tilde{x}(x)$ – радиальная и осевая координаты точки срединной поверхности.

В расчете силовых характеристик вводятся следующие предположения:

1) в дальнейших расчетах в качестве аргументов функций (при соответствующих пояснениях) используются: начальная осевая координата точки срединной поверхности x , осевая координата точки срединной поверхности в деформированном состоянии \tilde{x} ; при параметрическом задании уравнений винтовых линий в качестве основного параметра используется дуга $\sigma = QA$ (рис. 2) базовой окружности с центром в точке A и радиусом r_0 ;

2) осевая координата точки поверхности торообразного участка в деформированном состоянии \tilde{x} является функцией только осевой координаты x в начальном состоянии: $\tilde{x} = \tilde{x}(x)$;

3) радиальная координата точек срединной поверхности оболочки в деформированном состоянии r является функцией только осевой координаты \tilde{x} точки в деформированном состоянии: $r = r(\tilde{x})$ или в необходимых случаях будет рассматриваться как суперпозиция функций от начальной осевой координаты x : $r = r(\tilde{x}(x))$. Функция $r = r(\tilde{x})$ представляет собой уравнение меридиана;

4) деформация скручивания оболочки отсутствует, поэтому полярный угол точки в деформированном состоянии φ равен полярному углу этой точки до деформации ϑ : $\varphi = \vartheta$ и, как следствие, все расчетные величины деформаций и усилий не зависят от полярного угла;

5) принимается гипотеза прямых нормалей [1, 8] так как оболочка предполагается тонкой, сечения оболочки осевыми плоскостями принимаются в качестве меридианов – *ОАКМ*, сечения оболочки плоскостями перпендикулярными оси принимаются в качестве параллелей – *ЕРР* (окружное направление) (рис. 2). При принятых предположениях направления меридиана, параллели и нормали к внешней поверхности оболочки при деформации являются главными [1, 5, 8]. Обозначим соответствующие главные степени растяжения в направлении меридиана, параллели и нормали, соответственно как λ_1 , λ_2 , λ_3 .

Обозначим в деформированном состоянии через \tilde{x} и \tilde{x}_m , текущую осевую координату точки срединной поверхности оболочки и координату точки максимального значения радиуса оболочки $b = \max r(\tilde{x})$ при $\tilde{x} = \tilde{x}_m$, соответствующую границе торообразного и цилиндрического участков.

В принятой постановке и принятых предположениях относительно характера деформации деформированное состояние оболочки определяется функциями $r = r(\tilde{x})$ и $\tilde{x} = \tilde{x}(x)$. Для построения методики расчета НДС оболочки ПЭ в данной работе в качестве аппроксимации уравнения меридиана $r = r(\tilde{x})$ принимается параболическая функция вида:

$$r(\tilde{x}) = b - (b - r_0) \cdot \left(\frac{\tilde{x}_m - \tilde{x}}{\tilde{x}_m} \right)^2, \quad (2)$$

где: в качестве независимой переменной принимается координата точки \tilde{x} срединной поверхности в деформированном состоянии; b – максимальный радиус оболочки на торообразном участке: $b = r(\tilde{x}_m)$.

В общем случае до деформации траектории армирующих нитей на оболочке могут представлять собой винтовые линии с переменным углом подъема $\beta(\sigma)$ и переменным шагом $x = u(\sigma)$. С целью определения характера зависимостей силовых характеристик от угла $\beta(\sigma)$ в первой части данной работе рассматривается частный случай укладки нитей с постоянным углом подъема β_0 и постоянным шагом k_1 по всей длине оболочки, которому соответствует частный вид функции $x = u(\sigma) = k_1 \cdot \sigma$ [1, 3, 6].

Введем в рассмотрение, наряду с цилиндрической, декартову систему координат $(Oxyz)$, ось Ox которой совпадает с осью симметрии оболочки (рис. 2). Уравнение границы оболочки в плоскости $x = 0$ представляет собой уравнение окружности $r_0^2 = y^2 + z^2$. Пусть точка $A(0, r_0, 0)$ является точкой отсчета изменения длины дуги σ (в направлении против часовой стрелки) на окружности $r_0^2 = y^2 + z^2$. Тогда параметрические уравнения винтовой линии постоянного шага (уравнение начальной траектории армирующей нити), на поверхности недеформированной оболочки имеют вид [3]:

$$y = r_0 \cdot \cos\left(\frac{\sigma}{r_0}\right); z = r_0 \cdot \sin\left(\frac{\sigma}{r_0}\right); x = u(\sigma) = k_1 \cdot \sigma, \quad (3)$$

где $\varphi = \frac{\sigma}{r_0}$ – полярный угол.

Для фиксированного значения параметра (дуги) $\sigma = \sigma_k$ длина соответствующей дуги винтовой линии постоянного шага в начальном состоянии L_0 определится равенством [3]:

$$L_0 = \sqrt{1 + k_1^2} \cdot \sigma_k. \quad (4)$$

В деформированном состоянии первоначально цилиндрическая поверхность оболочки переходит в торообразную поверхность с переменным радиусом $r = r(\tilde{x}(\sigma))$. При этом траектория начальной винтовой линии (нити) постоянного шага (3) преобразуется в винтовую линию с переменным углом наклона и переменным шагом $\tilde{x} = U(\sigma)$, где $U(\sigma)$ некоторая подлежащая определению при решении задачи функция. Параметрические уравнения винтовой линии в деформированном состоянии на торообразной поверхности имеют вид:

$$y = r(\sigma) \cdot \cos\left(\frac{\sigma}{r_0}\right); z = r(\sigma) \cdot \sin\left(\frac{\sigma}{r_0}\right); \tilde{x} = U(\sigma). \quad (5)$$

Элемент длины дуги винтовой линии на торообразном участке на основе уравнений (5) определится формулой [3]:

$$dS^2 = (dy)^2 + (dz)^2 + (d\tilde{x})^2 = \left[\left(\frac{dr}{d\sigma} \right)^2 + \frac{r^2}{r_0^2} + (U')^2 \right] (d\sigma)^2. \quad (6)$$

Для сокращения формы записи равенств, введем обозначение:

$$\Phi_1 = \left(\frac{dr}{d\sigma} \right)^2 + \frac{r^2}{r_0^2} + (U')^2. \quad (7)$$

При выбранных для рассматриваемого типоразмера оболочки и экспериментальном значении $\tilde{x}_m = 18,4$ см в расчете конечное значение длины дуги получено равным $\sigma_k = 36,1$ см.

Для значения параметра $\sigma = \sigma_k$ длина винтовой линии L в деформированном состоянии на торообразном участке с учетом равенств (6) и (7) определится интегралом:

$$L = \int_0^{\sigma_k} \sqrt{\Phi_1} d\sigma. \quad (8)$$

Нити армирующего каркаса предполагаются нерастяжимыми. Тогда условие нерастяжимости нитей на основе равенств (4) и (8) запишется в виде:

$$\int_0^{\sigma_k} \sqrt{\Phi_1} d\sigma = \sqrt{1+k_1^2} \cdot \sigma_k. \quad (9)$$

С целью расширения области применения и повышения точности предлагаемого расчетного метода в первой части работы осевая координата точки $\tilde{x} = U(\sigma)$ на торообразной поверхности оболочки в деформированном состоянии моделируется полиномом третьего порядка, определяемым тремя параметрами. Такое обобщение имеет принципиальное отличие от подхода работы [2] и методически охватывает случай расчета силовых характеристик оболочки ПЭ с переменным по длине оболочки углом укладки нитей в недеформированном состоянии. Предложенная методика расчета применима как для кусочно-линейной схемы начальной укладки нитей на поверхности ПЭ, так и для общего случая траектории нити в начальном состоянии в виде некоторой гладкой и дифференцируемой функции $x = u(\sigma)$.

Функция $U(\sigma)$ согласно методу Рунге [9, 10] может быть найдена в виде полинома по степеням переменной σ : $U(\sigma) = \sum_{m=1}^M a_m \cdot \sigma^m$, где a_m – подлежащие определению коэффициенты. В качестве примера в настоящей работе использовался полином степени q частного вида:

$$U(\sigma) = a \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} \right) + b \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} \right)^q. \quad (10)$$

Функция $U(\sigma)$, определяемая формулой вида (10) удовлетворяет граничному условию $U(0) = 0$ и использует нормировку переменной σ максимальным значением дуги σ_k . Первоначально в расчете выбирается значение параметра q , исходя из значения производной (скорости роста) функции начальной траектории нити $u(\sigma)$. Далее в расчете, при принятом значении показателя q , неизвестные коэффициенты a и b находились численно из уравнения (9) методом координатного спуска [10] по переменным a и b .

В начальном и деформированном состояниях косинусы углов наклона нитей ω_0 и ω к оси симметрии определяются, соответственно, равенствами [3]:

$$\cos \omega_0 = \frac{k_1}{\sqrt{1+k_1^2}}, \quad (11)$$

$$\cos \omega = \frac{U'}{\sqrt{\Phi_1}}. \quad (12)$$

Главные степени удлинения λ_1 , λ_2 , λ_3 определяются формулами [4, 5]:

$$\lambda_1 = \sqrt{1 + \left(\frac{dr}{d\tilde{x}} \right)^2}; \quad \lambda_2 = \frac{r(\tilde{x})}{r_0}; \quad \lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2}. \quad (13)$$

Первое равенство в (13) представляет собой степень удлинения элемента дуги меридиана, второе степень удлинения в направлении параллели (окружном направлении); третье равенство представляет собой условие несжимаемости резины.

Значение максимального радиуса оболочки b в деформированном состоянии находилось путем численной минимизации по переменной b функционала полной энергии системы П в дифференциальной относительно осевой координаты \tilde{x} форме [1, 2]:

$$U_k = 4\pi \cdot G \cdot h_{np} \cdot \int_0^{\tilde{x}_m} \left\{ B(\tilde{x}) \cdot r(\tilde{x}) \sqrt{1+(r')^2} \left[\frac{r(\tilde{x})}{r_0} - 1 \right]^2 - p \left[r^2(\tilde{x}) - r_0^2 \right] \right\} d\tilde{x}. \quad (14)$$

Расчет меридиональных $T_m(\tilde{x})$ и окружных усилий $T_t(\tilde{x})$ проводился с использованием в качестве независимой переменной осевой координаты \tilde{x} в деформированном состоянии. Значения $T_m(\tilde{x})$ и $T_t(\tilde{x})$ (тангенциальных) усилий в оболочке ПЭ находились как решения системы: уравнения Лапласа [1, 5] для мягких оболочек:

$$\frac{T_m(\tilde{x})}{\rho_m(\tilde{x})} + \frac{T_t(\tilde{x})}{\rho_t(\tilde{x})} = p, \quad (15)$$

и уравнения связи между усилиями $T_m(\tilde{x})$ и $T_t(\tilde{x})$ для симметрично армированных оболочек [1], которое в дифференциальной форме (то есть для каждого значения осевой координаты \tilde{x}) имеет вид:

$$T_t = T_m \cdot \operatorname{tg}^2 \beta(\tilde{x}). \quad (16)$$

В формулах (14)-(16): p – значение внутреннего избыточного давления в оболочке; $\rho_m(\tilde{x})$ и $\rho_t(\tilde{x})$, соответственно, радиусы кривизны меридиана и параллели в точке торообразного участка поверхности оболочки с координатой \tilde{x} . Радиус кривизны меридиана $\rho_m(\tilde{x})$ находился на основе параболической аппроксимации (2) дуги меридиана $r = r(\tilde{x})$ по величинам первой и второй производных $r'(\tilde{x})$ и $r''(\tilde{x})$ [11], а радиус кривизны параллели $\rho_t(\tilde{x})$ на основе теоремы Менье [3] в виде:

$$\rho_t(\tilde{x}) = \frac{r(\tilde{x})}{\cos \varphi(\tilde{x})}, \quad (17)$$

где: $\varphi(\tilde{x})$ – угол наклона касательной к дуге меридиана $r = r(\tilde{x})$. Значения усилий в нитях каркаса N находилось по формуле для симметрично армированных композитов [1]:

$$N = \frac{t}{n \cdot \cos^2 \beta(\tilde{x})} \cdot T_m(\tilde{x}) \quad (18)$$

В качестве примера использования предложенной методики расчета жесткости и силовых характеристик оболочки под воздействием внутреннего избыточного давления для анализа влияния на эти характеристики: начального угла укладки и плотности упаковки нитей рассматривалась оболочка с параметрами: начальный радиус срединной поверхности $r_0 = 5,75$ см; шаг нитей (плотность упаковки) $t = 0,106$ см; диаметр нити $d = 0,085$ см; полное число слоев $n = 4$; модуль упругости резины $G = 12 \frac{\text{кГс}}{\text{см}^2}$. Значения начальных углов укладки нитей ω_0 варьировались на уровнях $55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ, 35^\circ$ (соответствующие углы подъема $\beta_0 : 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ, 50^\circ, 55^\circ$). С целью возможности сопоставления результатов расчеты проводились при одном значении внутреннего избыточного давления в оболочке $p = 4 \frac{\text{кГс}}{\text{см}^2}$, что не снижает общности расчетной методики. Так как в первой части настоящей работы рассматривается начальная траектория нити на поверхности ПЭ в виде винтовой линии постоянного шага $x = u(\sigma) = k_1 \cdot \sigma$, то в примере расчета значение параметра q , соответствующее тангенсу угла наклона прямой k_1 было принято равным $q = 3,2$.

Расчетная зависимость критерия жесткости материала оболочки W от величины начального угла укладки нитей ω_0 представлена на Рис. 3. Полученный результат показывает, что снижение угла укладки нитей в окрестности штуцера от значения $\omega_0 = 55^\circ$ до значения $\omega_0 = 35^\circ$ влечет снижение жесткости в 4,2 раза. Полученный результат подтверждает эффект повышения жесткости в окрестности штуцера и, следовательно, повышение эффективности торцевой защиты за счет соответствующего выбора угла укладки нитей в области штуцера.

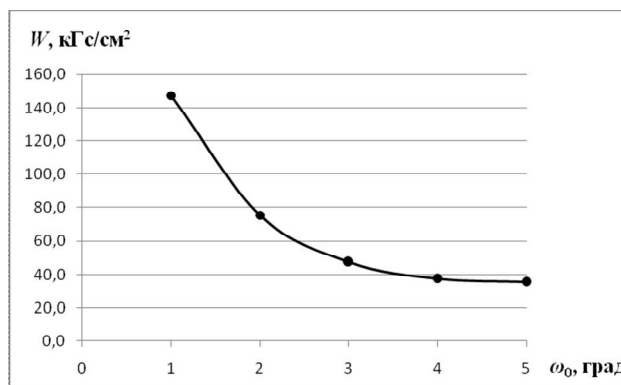


Рис. 3. Зависимость показателя жесткости $W \left(\frac{\text{кГс}}{\text{см}^2} \right)$ для выбранной в качестве примера конструкции оболочки ПЭ (геометрические, технологические и физико-механические показатели) W от начального угла укладки нитей каркаса ω_0 . Точкам 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют значения $\omega_0 = 55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ, 35^\circ$

Fig. 3. The dependence of the stiffness index $W \left(\frac{\text{kGs}}{\text{cm}^2} \right)$ for the selected example of the design of the PE shell (geometric, technological and physico-mechanical parameters) W on the initial angle of laying of the carcass filaments ω_0 . Points 1, 2, 3, 4, 5 correspond to values $\omega_0 = 55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ, 35^\circ$

Расчетные данные по интенсивности меридиональных усилий T_m (рис. 4) показывают, что максимальные значения T_m достигаются в окрестности штуцера. Отсюда в соответствии с формулой (18) следует, что в окрестности штуцера имеют место и максимальные значения натяжения в нитях N (рис. 5). Это соответствует экспериментальным данным, согласно которым разрушение оболочки ПЭ происходит именно в торцевой области у штуцера. Полученный вывод говорит о том, что при увеличении угла укладки нитей ω_0 в окрестности штуцера большая часть нагрузки от действия внутреннего давления воспринимается нитями каркаса. Следовательно, за счет соответствующего выбора угла укладки повышается эффективность торцевой защиты вследствие перераспределения меридиональных и окружных усилий на армирующие нити.

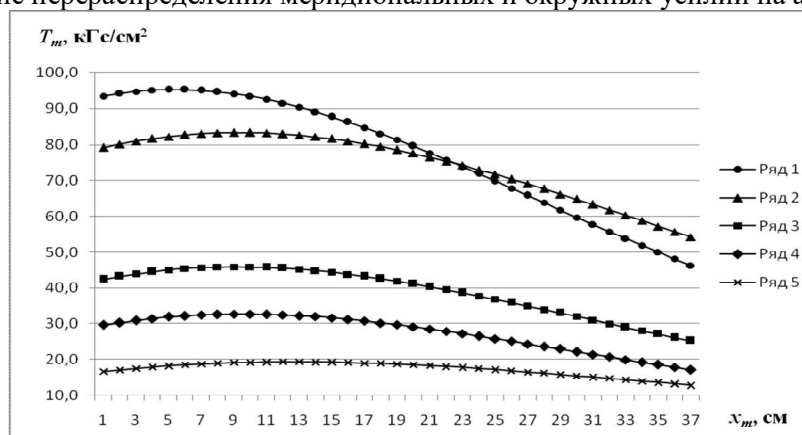


Рис. 4. Зависимости величин интенсивности меридиональных усилий $T_m \left(\frac{\text{кГс}}{\text{см}^2} \right)$ от осевой координаты \tilde{x}_m . Ряды 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют значениям начального угла укладки нитей каркаса $\omega_0 = 55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ, 35^\circ$

Fig. 4. Dependences of the intensity values of meridional efforts $T_m \left(\frac{\text{kGs}}{\text{cm}^2} \right)$ from axial coordinate \tilde{x}_m . Rows 1, 2, 3, 4, 5 correspond to the values of the initial angle threading the frame $\omega_0 = 55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ, 35^\circ$

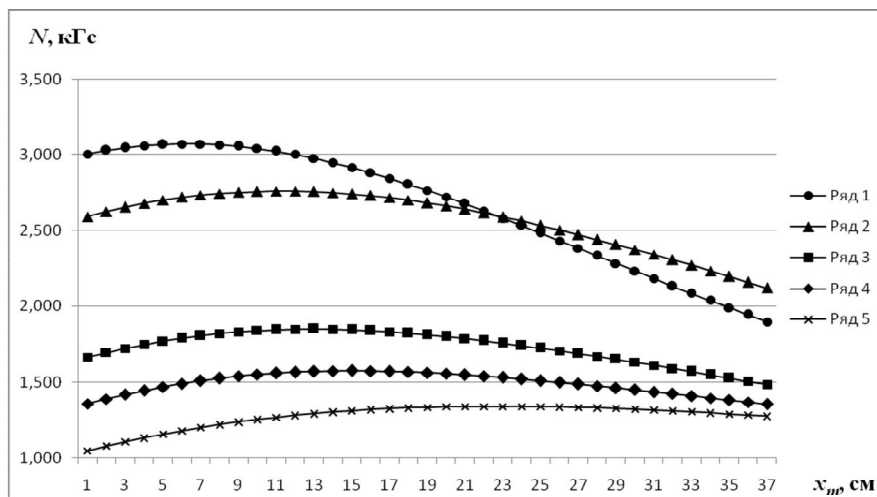


Рис. 5. Зависимости усилия в нитях N (кГс) от осевой координаты \tilde{x}_m . Ряды 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют значениям начального угла укладки нитей каркаса $\omega_0 = 55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ, 35^\circ$

Fig. 5. Dependencies of effort in threads N (kGs) from axial coordinate \tilde{x}_m . Rows 1, 2, 3, 4, 5 correspond to values of initial laying angle of frame threads $\omega_0 = 55^\circ, 50^\circ, 45^\circ, 40^\circ, 35^\circ$

Из формулы (1) следует, что на жесткость W резинокордного материала оболочки ПЭ в значительной степени влияет плотность упаковки нитей t , входящий в величину коэффициента K [1]. Полученные расчетные данные показали существенно нелинейный характер роста жесткости W при снижении шага нитей t . Именно, при снижении шага нитей от величины 0,106 до 0,092 см жесткость композитного материала оболочки ПЭ возрастает в 1,5-1,6 раза. Отсюда следует вывод, что при технологическом снижении шага (увеличение плотности упаковки) нитей в области штуцера за счет изменения угла укладки жесткость материала W возрастает, что также влечет повышение эффективности торцевой защиты.

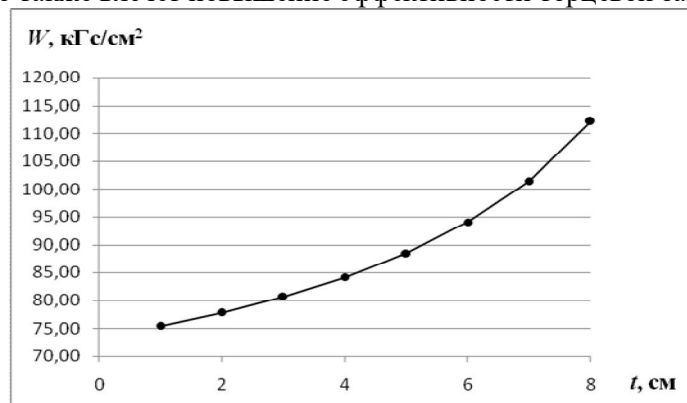


Рис. 6. Зависимость показателя жесткости $W \left(\frac{\text{кГс}}{\text{см}^2} \right)$ выбранной в качестве примера конструкции

оболочки ПЭ (геометрические, технологические и физико-механические показатели) от величины шага упаковки нитей t . Точки на графике соответствуют значениям шага $t = 0,106; 0,104; 0,102; 0,100; 0,098; 0,096; 0,094; 0,092$ см.

Fig. 6. Dependence of an indicator of rigidity $W \left(\frac{\text{kGs}}{\text{cm}^2} \right)$ selected as an example design PE shells (geometrical, technological and physical-mechanical parameters) from the value of thread packing pitch t . The points in the graph correspond to the step values $t = 0,106; 0,104; 0,102; 0,100; 0,098; 0,096; 0,094; 0,092$ см.

Выводы

1. Разработана методика расчета НДС оболочки ПЭ с использованием аппроксимации искомой функции осевой координаты точки $\tilde{x}(\sigma) = U(\sigma)$ на поверхности деформированной оболочки полиномом специального вида, определяемого с точностью до трех параметров.
2. Полученные в части 1 результаты расчета, позволили количественно оценить и обосновать конструктивные и технологические направления повышения надежности торцевой защиты: локальное снижение угла подъема нитей β (что равносильно увеличению угла укладки ω от оси) и технологическое уменьшение шага t нитей в композите в области штуцеров.
3. Разработанная в части 1 работы методика расчета является основой разработки более общей методики расчета силовых характеристик оболочки ПЭ с переменным по длине оболочки начальным углом укладки нитей в начальном состоянии, рассмотренной в части 2 настоящей работы.

Литература

1. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. М.: Машгиз, 1958. Т. 2. 975 с.
2. Дахно А.В., Смирнов Ю.П., Машков А.В., Ваниев М.А. Приближенный метод расчета напряженно-деформированного состояния рукавных резинорядных оболочек с торцевым закреплением. Часть 1. // Успехи современной науки. 2018. №2. С. 13 – 22.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М.: Изд. Физ. мат. лит., 1962. Т. 2. 628 с.
4. Трелоар Л. Физика упругости каучука. М.: Инлит, 1953. 240 с.
5. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. М.: Мир, 1965. 456 с.
6. Лепетов В.А., Юрцев Л.Н. Расчеты и конструирование резиновых изделий и технологической оснастки. М.: Издательство «ИСТЕК», 2009. 402 с.
7. Несиоловская Т.Н., Ломов А.А. Конструирование эластомер-волоконистых композитов и изделий на их основе. Ярославль.: Изд. Ярославского гос. техн. Университета, 2013. 172 с.
8. Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. М.: Изд. Московского университета, 1969. 696 с.
9. Шехтер Р.С. Вариационный метод в инженерных расчетах. М.: Мир, 1971. 292 с.
10. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы. М.: Издательский дом МЭИ, 2008. 360 с.

References

1. Ponomarev S.D., Biderman V.L. i dr. Raschety na prochnost' v mashinostroenii. M.: Mashgiz, 1958. 2. 975 p. (rus.)
2. Dahno A.V., Smirnov YU.P., Mashkov A.V., Vaniev M.A. Priblizhennyj metod rascheta napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya rukavnyh rezinokordnyh obolochek s torcevyim zakrepleniem. CHast' 1. Uspekhi sovremennoj nauki. 2018. 2. P. 13 – 22. (rus.)
3. Smirnov V.I. Kurs vysshej matematiki. M.: Izd. Fiz. mat. lit., 1962. 2. 628 p. (rus.)
4. Treloar L. Fizika uprugosti kauchuka. M.: Inlit, 1953. 240 p. (rus.)
5. Grin A., Adkins Dzh. Bol'shie uprugie deformacii i nelinejnaya mekhanika sploshnoj sredy. M.: Mir, 1965. 456 p. (rus.)
6. Lepetov V.A., YUrcev L.N. Raschety i konstruirovanie rezinovyh izdelij i tekhnologicheskoy osnastki. M.: Izdatel'stvo «ISTEK», 2009. 402 p. (rus.)
7. Nesiolovskaya T.N., Lomov A.A. Konstruirovanie elastomer-voloknistyh kompozitov i izdelij na ih osnove. YAroslavl'.: Izd. YAroslavskogo gos. tekhn. Universiteta, 2013. 172 p. (rus.)
8. Ogibalov P.M., Koltunov M.A. Obolochki i plastiny. M.: Izd. Moskovskogo universiteta, 1969. 696 p. (rus.)
9. SHekhter R.S. Variacionnyj metod v inzhenernyh raschetah. M.: Mir, 1971. 292 p. (rus.)
10. Amosov A.A., Dubinskij YU.A., Kopchenova N.V. Vychislitel'nye metody. M.: Izdatel'skij dom MEI, 2008. 360 p. (rus.)

*Serdyukov N.D., Postgraduate,
Ryzhenko E.V. *, Head of the Intellectual Property Department,
Smirnov Yu.P., Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.),
Deputy Director for Science and New Technology,
Mashkov A.V., Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Professor,
Volzhsky scientific and technical complex (branch)
Volgograd State Technical University, Russia*
*Corresponding author E-mail: ois@vntk-org.ru

CALCULATION OF THE SLEEVE PACKER ELEMENT WITH THE VARIABLE ANGLE OF LAYING OF THREADS OF THE CORD FOR CREATION OF EDGE PROTECTION (PART 1)

Abstract: the method of calculation of influence of design and technological parameters of material of a cover of a packer element is developed: the initial angle of laying of threads of the reinforcing framework, the packing density of threads in the field of unions, number of layers of a framework, rubber elastic modulus on power characteristics of a cover, for the purpose of creation of edge protection of a packer element. In the first part of work the cover of a packer element with laying of threads with a constant corner on all length of a cover is investigated. The received results of calculation, allowed to evaluate and prove quantitatively the constructive and technological directions of reliability augmentation of edge protection of a packer element. The developed calculation procedure is a basis of development of more general method of calculation of power characteristics of a cover of a packer element with variable longwise covers the initial angle of laying of threads.

Keywords: packer element, cover, the reinforcing threads, edge protection, the angle of laying of threads, flowing

Для цитирования: Сердюков Н.Д., Рыженко Е.В., Смирнов Ю.П., Машков А.В. Расчет рукавного пакующего элемента с переменным углом укладки нитей корда для создания торцевой защиты (Часть 1) // Строительные материалы и изделия. 2019. Том 2. №2. С. 29 – 40. DOI: 10.34031/2618-7183-2019-2-2-29-40

For citation: Serdyukov N.D., Ryzhenko E.V., Smirnov Yu.P., Mashkov A.V. Calculation of the sleeve packer element with the variable angle of laying of threads of the cord for creation of edge protection (Part 1). Construction Materials and Products. 2019. 2 (2). P. 29 – 40. DOI: 10.34031/2618-7183-2019-2-2-29-40

*Поступила в редакцию 5 декабря 2018 г.
Принята в доработанном виде 7 февраля 2019 г.
Одобрена для публикации 12 марта 2019 г.*

*Received: December 5, 2018.
Revised: February 7, 2019.
Accepted: March 12, 2019.*