Method for calculating the strength of massive structural elements in the general case of their stress-strain state (kinematic method)

Novoselov O.G. *[1], Sabitov L.S.[1], Sibgatullin K.E.[1], Sibgatullin E.S.[1], Klyuev A.V. [2], Klyuev S.V. [2], Shorstova E.S. [2]

[1] Kazan (Volga region) Federal University, Russia,
[2] Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Russia

**Corresponding author E-mail: OlGNovoselov@mail.ru*

Abstract: a variant of the kinematic method of the theory of limit equilibrium is proposed; massive structural elements are considered, the material of which, in the general case, is anisotropic.
A rigid-plastic model of a deformable solid body is adopted. It is assumed that massive structural elements are destroyed by dividing into parts that deform relatively little ("absolutely rigid finite elements", ARFE) and have 6 degrees of freedom in three-dimensional space. The process of destruction of the material goes along infinitely thin generalized destruction surfaces (GDS), on which the work of all acting internal force factors (IFF) is taken into account – 9 forces and 9 moments. Bodies made of homogeneous isotropic materials that resist tension and compression in different ways are considered. The strength surfaces in the IFF space are described by the corresponding parametric equations.
Using the equilibrium equation in the Lagrange form and the Mises maximum principle, as well as the proposed parametric equations of the limiting surface, the problem of determining the minimum value of the possible kinematic parameter of the load is reduced to a standard linear programming problem (LP), which is solved using the simplex method.
Keywords: massive bodies, strength-bearing capacity, absolutely rigid finite elements, generalized fracture surfaces, space of generalized forces, three-dimensional stress state

Please cite this article as: Novoselov O.G., Sabitov L.S., Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S., Klyuev A.V., Klyuev S.V., Shorstova E.S. Method for calculating the strength of massive structural elements in the general case of their stress-strain state (kinematic method). Construction Materials and Products. 2023. 6. (3). P. 5 – 17. DOI: 10.58224/2618-7183-2023-6-3-5-17

ВВЕДЕНИЕ

Использованы жесткопластическая модель деформируемого твердого тела, понятия «абсолютно жёсткие конечные элементы»и «обобщенные поверхности разрушения». В общем случае движение в трехмерном пространстве каждого из АЖКЭ определяется шестью обобщенными координатами. В каждом ОПР учитывается работа шести ВСФ.

С использованием уравнения равновесия в форме Лагранжа и принципа максимума Мизеса [2], а также аппроксимаций поверхностей прочности вписанными многогранниками, задача определения минимального значения параметра кинематический возможной нагрузки и соответствующего поля скоростей обобщенныхперемещений, сведена к стандартной задаче линейного программирования (ЛП), которая решается с использованием симплекс-метода [1]. Метод разработан применительно к массивным телам различной формы, а конфигурация внешней нагрузки является произвольной.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

На рис. 1 изображены два соседних АЖКЭ $\Pi_1 D_1 \ldots D_n$ и $\Pi_2 D_1 \ldots D_n$, контактирующие между собой через ОПР $D_1 D_2 \ldots D_n$. Согласно теореме Шаля [11], движение каждого из АЖКЭ в трехмерном пространстве можно рассматривать как составленный из поступательного движения вместе с его полюсом и движения около полюса как неподвижного [1].

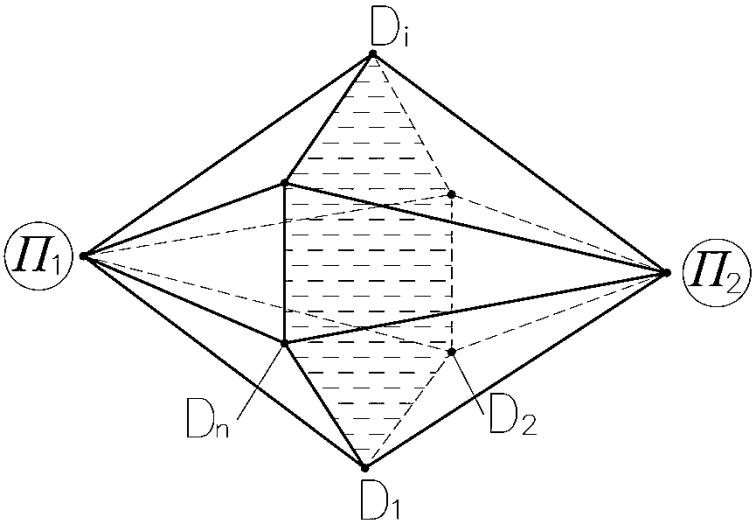


Рис. 1. Соседние АЖКЭ $\Pi_1 D_1 \ldots D_n$ и $\Pi_2 D_1 \ldots D_n$
Fig. 1. Neighboring ARFE $\Pi_1 D_1 \ldots D_n$ and $\Pi_2 D_1 \ldots D_n$

Скорость диссипации внутренней энергии в точке D_i ОПР (рис. 1) [1]:

$$N(D_i) = \overrightarrow{R_*}(D_i)\Delta\vec{v}(\Pi_1\Pi_2) + \overrightarrow{M_*}(D_i)\Delta\vec{\omega}(\Pi_1\Pi_2). \quad (1)$$

Здесь $\overrightarrow{R_*}$, $\overrightarrow{M_*}$ – главный вектор и главный момент внутренних распределенных сил, приведенных в точку D_i, соответственно, они отнесены к единице площади;

$$\overrightarrow{\Delta v}(\Pi_1\Pi_2) = \vec{v}(\Pi_2) + \vec{\omega}(\Pi_2) * \overrightarrow{\Pi_2 D_i} - \vec{v}(\Pi_1) - \vec{\omega}(\Pi_1) * \overrightarrow{\Pi_1 D_i};$$
$$\overrightarrow{\Delta\omega}(\Pi_1\Pi_2) = \vec{\omega}(\Pi_2) - \vec{\omega}(\Pi_1); \quad (2)$$

$\vec{v}(\Pi_1)$, $\vec{v}(\Pi_2)$ – скорости движения полюсов Π_1 и Π_2 (рис. 1), соответственно; $\vec{\omega}(\Pi_1)$, $\vec{\omega}(\Pi_2)$ – мгновенные угловые скорости вращения соответствующих АЖКЭ около полюсов Π_1 и Π_2.

В (1) силы и скорости перемещений связаны ассоциированным законом [12]:

$$\Delta\vec{v} = \dot{\lambda}\frac{\partial\Phi}{\partial\overrightarrow{R_*}}, \ \Delta\vec{\omega} = \dot{\lambda}\frac{\partial\Phi}{\partial\overrightarrow{M_*}}. \quad (3)$$

Здесь $\dot{\lambda}(\Delta\vec{v}, \Delta\vec{\omega}) \geq 0$ – скалярный множитель; $\Phi(\overrightarrow{R_*}, \overrightarrow{M_*}) = 0$ – уравнение поверхности прочности в пространстве обобщенных сил. Принцип максимума Мизеса [2]:

$$N(D_i) \geq \vec{R}\Delta\vec{v}(\Pi_1\Pi_2) + \vec{M}\Delta\vec{\omega}(\Pi_1\Pi_2). \quad (4)$$

Здесь $\vec{R}, \vec{M}$ – любая комбинация обобщённых сил, удовлетворяющая условию $\Phi(\vec{R}, \vec{M}) = 0$, но необязательно связанная ассоциированным законом деформирования с комбинацией $\Delta\vec{v}(\Pi_1\Pi_2)$, $\Delta\vec{\omega}(\Pi_1\Pi_2)$.

Векторы обобщенных сил:

$$\vec{R} = \{T_{11}, T_{12}, T_{13}, T_{21}, T_{22}, T_{23}, T_{31}, T_{32}, T_{33}\}^T;$$
$$\vec{M} = \{M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{31}, M_{32}, M_{33}\}^T. \quad (5)$$

Пусть тело нагружено внешними поверхностными p_i и объемными γ_j силами:

$$p_i = \mu p_i^0 + p_i^1, \qquad \gamma_j = \mu\gamma_j^0 + \gamma_j^1. \tag{6}$$

Здесь p_i^0, p_i^1, γ_j^0, γ_j^1 являются функциями только пространственных координат; *i,j=X,Y,Z*; μ – монотонно возрастающий параметр. Способ закрепления тела исключает возможность его свободных перемещений. Предельному значению μ_0 соответствует механизм разрушения тела.

Когда разрушение массивного тела происходит по отдельным ОПР между соседними АЖКЭ, уравнение равновесия в форме Лагранжа [2]:

$$\sum_{k=1}^{m}\int_{S_k} N dS = \mu\left(\int_{S_0} p_i^0 v_i dS + \int_{V_0}\gamma_j^0 v_j dV\right) + \int_{S_1} p_i^1 v_i dS + \int_{V_1}\gamma_j^1 v_j dV. \tag{7}$$

Здесь S_k – площадь k-й поверхности, по которой идет разрушение; m – число таких поверхностей; S_0, S_1 – площади на поверхности тела, где действуют силы μp_i^0, p_i^1, соответственно, V_0, V_1 – объемы в составе тела, где действуют силы $\mu\gamma_j^0$ и γ_j^1, соответственно; N – мощность ВСФ, приходящаяся на единицу площади; v_i, v_j – компоненты векторов скоростей движения точек тела, где приложены силы p_i, γ_j, соответственно. Если внешние силы действуют в областях тела, отдельных друг от друга, то в правой части (7) далее берутся суммы интегралов по соответствующим областям с S_{0l}, V_{0m},S_{1n}, V_{1p} ,*l,m,n,p = 1,2,3,…* .

Задача математического программирования:

Найти min μ^+, где

$$\mu^+ = \sum_{k=1}^{m}\int_{S_k} N dS - \int_{S_1} p_i^1 v_i dS - \int_{V_1}\gamma_j^1 v_j dV, \tag{8}$$

при интегральном ограничении

$$\int_{S_0} p_i^0 v_i dS + \int_{V_0}\gamma_j^0 v_j dV = 1 \tag{9}$$

и при выполнении равенств вида (1) во всех точках всех ОПР.

Представим задачу в виде задачи ЛП. Интегрирование в (8) и (9) необходимо заменить суммированием конечных величин, а вместо (1) необходимо использовать систему ограничений вида (4), где различные комбинации $\vec{R}$ и $\vec{M}$ соответствуют вершинам выпуклого предельного многогранника, аппроксимирующего предельную поверхность $\Phi(\vec{R},\vec{M}) = 0$:

найти minμ^+, где

$$\mu^+ = \sum_{k=1}^{m}\frac{S_k}{n_k}\left[\sum_{i=1}^{n_k} N_i(D_i)\right] - \sum_{j=1}^{q_1}\left(\overline{F_j^1}\overrightarrow{v_j} + \overline{M_j^1}\overrightarrow{\omega_j}\right), \tag{10}$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{q_2}(\overline{F_j^0}\overrightarrow{v_j} + \overline{M_j^0}\overrightarrow{\omega_j}) = 1, \tag{11}$$

$$\left\{N_i(D_i) \geq \left[\vec{R}\Delta\vec{v}(\Pi_1\Pi_2) + \vec{M}\Delta\vec{\omega}(\Pi_1\Pi_2)\right]\right\}_l, \tag{12}$$

$$i = \overline{1, n_k}, \qquad k = \overline{1, m}, \qquad l = \overline{1, q_3}.$$

Здесь m – число ОПР; S_k – площадь k-й ОПР; n_k – число точек на k-й ОПР, в которых определяется $N_i(D_i)$; q_1 – число АЖКЭ, к которым приложены внешние активные силы, зависящие от μ; q_2 – число АЖКЭ, к которым приложены силы, не зависящие от μ; q_3 – число вершин предельного многогранника в пространстве ВСФ; F_j^0, F_j^1, M_j^0, M_j^1- силы и моменты, полученные в результате приведения внешних сил, действующих на *j*-й АЖКЭ, к его полюсу; $\overline{v_j}$, $\overline{\omega_j}$ – скорости перемещения полюса j-го АЖКЭ и его поворота вокруг своего полюса, соответственно; $\vec{R}$ и $\vec{M}$ в (12) определяют произвольную вершину предельного многогранника. Число огра-

ничений вида (12) равно произведению числа всех точек D_i на число вершин предельного многогранника. Согласно (10) N на S_k определяется как сумма объемов прямоугольных призм с одинаковыми площадями оснований. Возможны другие варианты аппроксимации N в пределах S_k (например, суммой объемов непрямоугольных призм с различными треугольными основаниями и т.д.). Соотношения (10), (11), (12) записаны нами в проекциях на оси неподвижной системы координат XYZ. Здесь $N_i \geq 0$ являются несвободными переменными задачи ЛП, $v_i \gtreqless 0$, $\omega_i \gtreqless 0$ – свободными переменными [1].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Алгоритм определения наилучшей верхней оценки предельной нагрузки для массивных тел кинематическим методом (алгоритм А3):

1. Разбиваем тело на АЖКЭ и пронумеруем их. Номера АЖКЭ могут совпадать с номерами соответствующих полюсов. Полюса номеруем от 1 до K_p;
2. Нумеруем все вершины АЖКЭ от K_{p+1} до K_{CTP}, где СТР – «сложные точки разрушения» (вершины АЖКЭ, где сходятся несколько ОПР);
3. Координаты всех полюсов $П_i$, вершин АЖКЭ и точек приложения внешних нагрузок задаем в глобальной системе OXYZ;
4. Вводим результаты расчетов ВСФ алгоритмом А2 для конкретного случая, а именно для однородного изотропного материала с разными сопротивлениями на растяжение и сжатие.

Суммарную скорость диссипации внутренней энергии для всей конструкции определим следующей формулой:

$$\sum N = \sum_{j=1}^{K_{ОПР}} \left[\frac{1}{K_{ПТР}^{j}} \sum_{i=1}^{K_{ПТР}^{j}} N_i\,(D_i) \right] S_j. \qquad (13)$$

Здесь $K_{ОПР}$ – число всех ОПР; $K_{ПТР}^{j}$ – число простых точек разрушения (ПТР) на рассматриваемой ОПР(j); $N_i(D_i)$ – значение $\boldsymbol{N}$ в рассматриваемой ПТР D_i; S_j – площадь ОПР(j).

5. Решая соответствующею задачу ЛП, определяем **min** $\boldsymbol{\mu}^{+}$.

На базе алгоритма А3 составлена программа для ЭВМ в среде Matlab. Задача определения несущей способности массивного тела решается в общей постановке (вид напряженно деформируемого состояния заранее не учитывается). Ниже приведены некоторые результаты, полученные с использованием составленной программы для куба с размерами 10x10x10 (см). Материал куба – бетон В25 с характеристиками **R_b =14.5 МПа, R_{bt}=1.05 МПа, R_{sh}=2.1 МПа.** На рис. 2,3 АЖКЭ №1 является неподвижным. На рис. 2 приведен вариант дискретизации куба, которому соответствует **min** $\boldsymbol{\mu}^{+} = \mathbf{20.1214}$ МПа. На верхнюю и боковую грани куба действуют равномерные сжимающие нагрузки с интенсивностью $\mathrm{p} = \mu \mathrm{p}^{0}$(двухосное сжатие). Куб разбит на 8 разных АЖКЭ в форме кубиков. На рис. 2 и 3 в кружочках – номера полюсов соответствующих АЖКЭ.

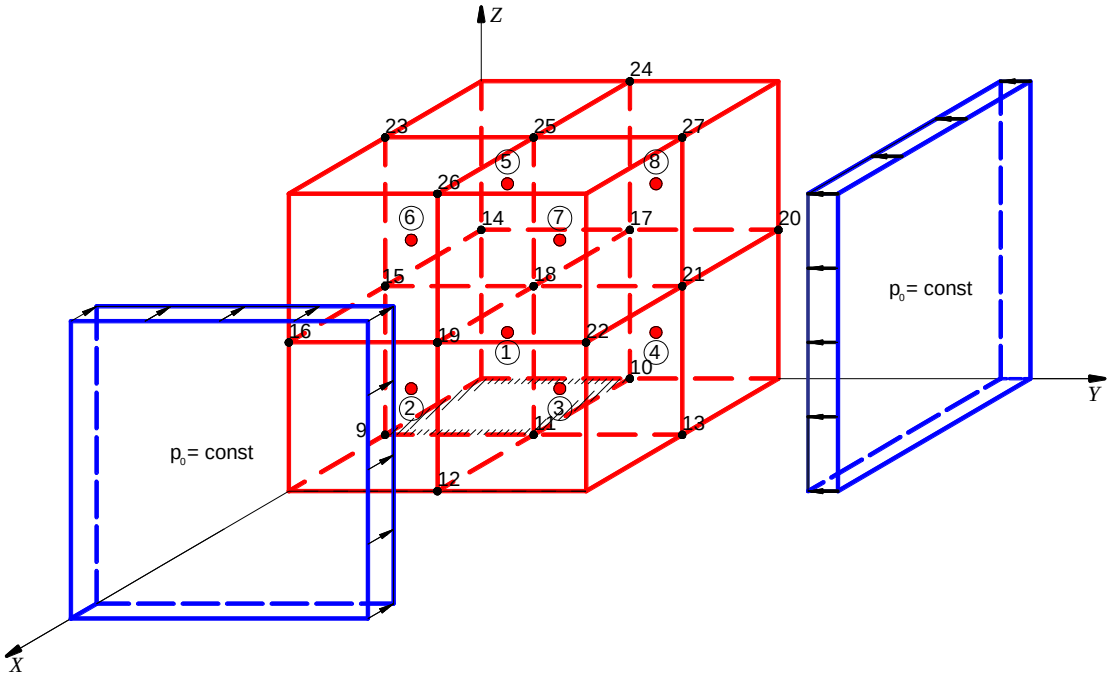


Рис. 2. Схема разрушения бетонного элемента №1 (двухосное сжатие)
Fig. 2. Scheme of the destruction of the concrete element No. 1 (biaxial compression)

Таблица 1. Результаты по схеме разрушения на рис. 2.(алгоритм А3)
Table 1. The results according to the fracture scheme in fig. 2. (Algorithm A3)

полюса	Скорости перемещений					
	v_X	v_Y	v_Z	ω_X	ω_Y	ω_Z
①	0	0	0	0	0	0
②	-1.8585	1.6304	0.6639	0.0000	-0.1539	7.0549
③	-5.3859	1.6304	0.6639	0.0000	-0.1539	7.0549
④	0.3765	-0.343	0.0570	0.0000	-0.1539	-1.2781
⑤	-0.0797	0.0000	0.0685	0.0000	-0.2967	0.0000
⑥	-1.9354	1.6304	0.6639	0.0000	-0.1539	7.0549
⑦	-5.4629	1.6304	0.6639	0.0000	-0.1539	7.0549
⑧	0.2995	-0.343	0.057035	0.0000	-0.15398	-1.27816

Процесс разрушения идет по плоскостям 18-11-9-15, 18-11-10-17, 18-15-14-17, 18-11-12-19, 18-19-16-15, 18-21-13-11, 18-19-22-21, 18-21-20-17, 18-15-23-25, 18-17-24-25, 18-21-27-25.

На рис. 3 на все грани куба действуют равномерные сжимающие нагрузки с интенсивностью $p = \mu p^0$ (трехосное сжатие). Куб разбит на 8 разных АЖКЭ в форме кубиков. Этому варианту дискретизации куба соответствует **min** $\mu^+ = 30.3022$ МПа.

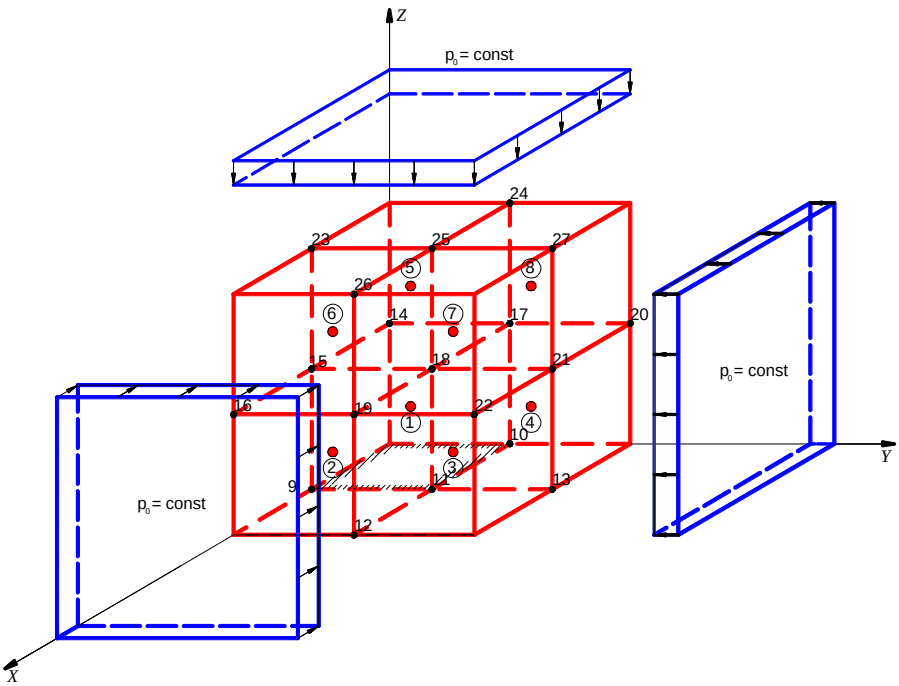


Рис. 3. Схема разрушения бетонного элемента №2 (трехосное сжатие)
Fig. 3. Scheme of the destruction of the concrete element No. 2 (triaxial compression)

Таблица 2. Результаты по схеме разрушения на рис. 3 (алгоритм А3)
Table 2. Results according to the destruction scheme in Fig. 3 (algorithm A3)

полюса	Скорости перемещений					
	v_X	v_Y	v_Z	ω_X	ω_Y	ω_Z
①	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
②	-8.8421	1.4127	0.0000	0.0000	0.0000	1.5671
③	-2.1269	1.4127	0.0000	0.0000	0.0000	1.5671
④	1.51554	-0.515	0.0000	0.0000	0.0000	-2.2173
⑤	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
⑥	-8.8421	1.4127	0.0000	0.0000	0.0000	1.5671
⑦	-2.1269	1.4127	0.0000	0.0000	0.0000	1.5671
⑧	1.51554	-1.5155	0.0000	0.0000	0.0000	-2.2173

Процесс разрушения идет по плоскостям 18-11-9-15, 18-11-10-17, 18-15-14-17, 18-11-12-19, 18-19-16-15, 18-21-13-11, 18-19-22-21, 18-15-23-25, 18-17-24-25, 18-21-27-25.

В табл. 3 приведены сравнения эмпирических прочностей с соответствующими расчетными значениями (алгоритм А3) для бетона В25.

Таблица 3. Сравнения эмпирических данных с расчётными результатами по алгоритму А3
Table 3. Comparison of empirical data with calculated results according to Algorithm A3

п/п	Схема разрушения бетонного элемента	Тип нагрузки	Эмпирические прочности, МПа	Расчетные результаты по А3, МПа
1	№1	Двухосное сжатие	1.3…1.4 R_b = 18.85-20.3	R_b = 20.1214
2	№2	Трехосное сжатие	-	R_b = 30.3022

Схемы разрушения на рис. 2 и 3 и эмпирические результаты в табл. 3 взяты с работы Г.А. Гениева, А.С. Курбатова [13].

В качестве примеров реальных конструкций рассчитаны два контрфорса, боковые грани которых имеют вид треугольника и трапеции. Материал контрфорсов – бетон класса В25. Ниже приведены результаты решения задачи с использованием алгоритма А3 и соответствующей программы для ЭВМ и сравнения соответствующих результатов с решениями задачи с использованием программного продукта ПК Лира 10.12.

Внешние нагрузки на контрфорс: горизонтальное давление грунта (P_γ); равномерно распределенная нагрузка на грунт (q); собственный вес конструкции контрфорса ($G_к$). Нагрузка q зависит от параметра μ^+, а нагрузки P_γ и $G_к$ – не зависят.

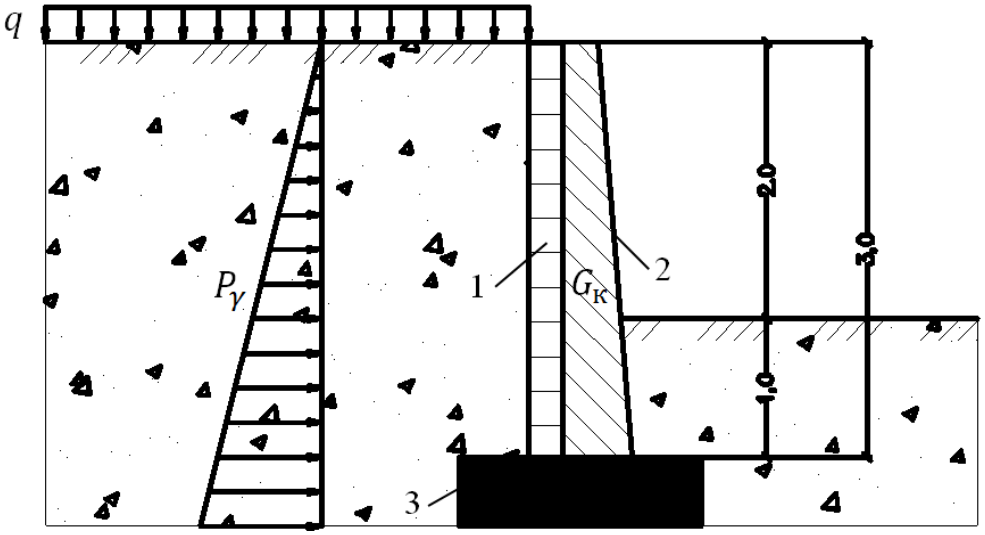


Рис. 4. Расчетная схема: 1 – подпорная стенка; 2 – контрфорс; 3 – фундамент
Fig. 4. Design scheme: 1 – retaining wall; 2 – buttress; 3 – foundation

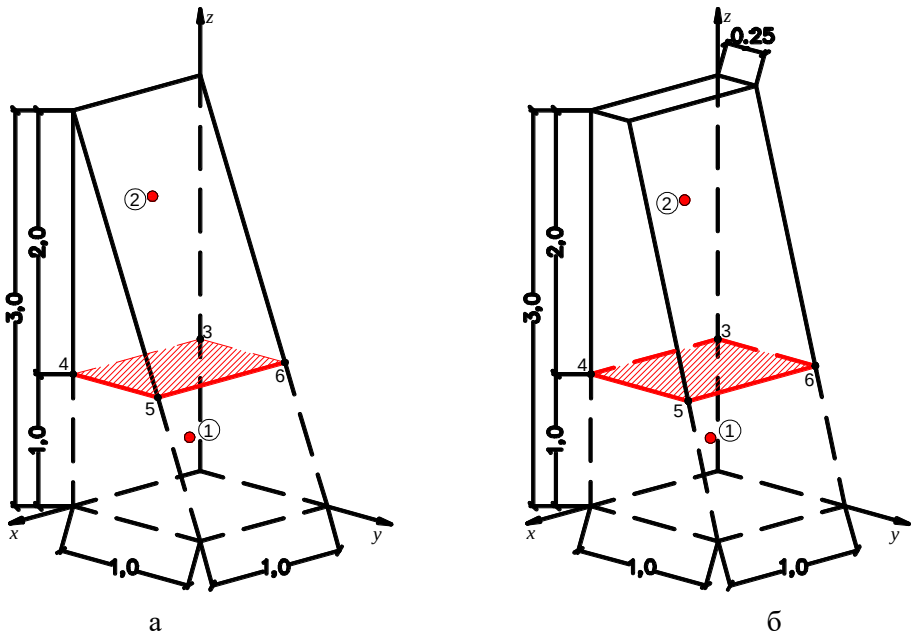


Рис. 5. Окончательные варианты разбиения контрфорса на АЖКЭ:
а – призма; б – усеченная призма
Fig. 5. The final options for splitting the buttress on ARFE: a – prism; b – truncated prism

На рис. 5 приведены схемы дискретизации контрфорсов, которым соответствуют **min** μ^+. На рис. 6а и 6в показаны соответствующие схемы разрушения контрфорсов, на рисунках 6б и 6г – распределения скоростей диссипации внутренней энергии по соответствующим ОПР 3-4-5-6.

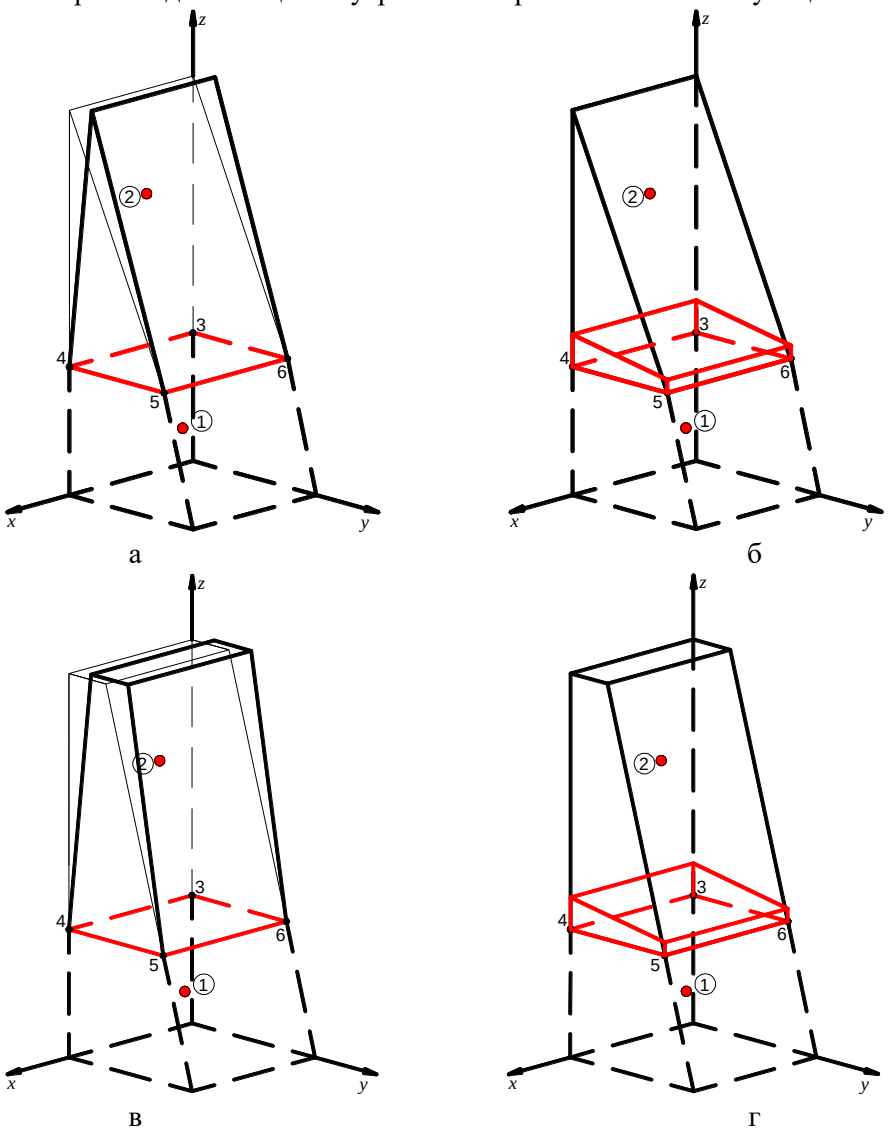


Рис. 6. Результаты расчетов контрфорсовс использованием алгоритма А3
Fig. 6. Results of calculations of buttresses using the A3 algorithm

Некоторые численные результаты решенных нами задач приведены в табл. 4 и 5.

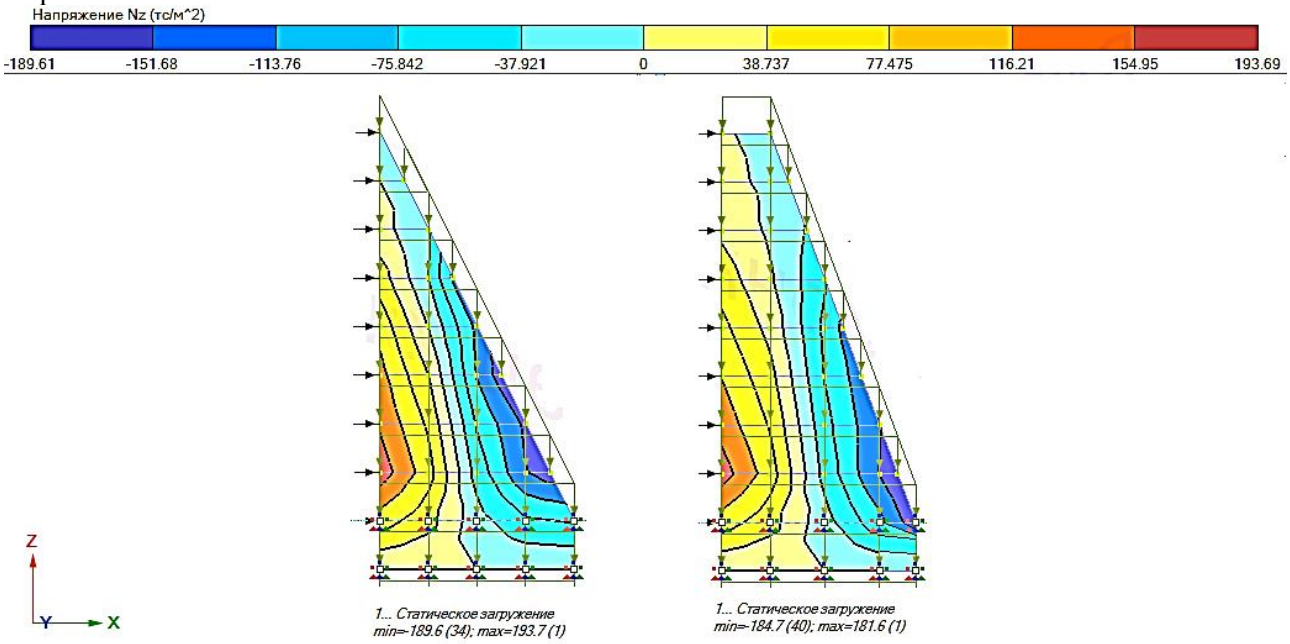
Таблица 4. Скорости диссипации внутренней энергии
Table 4. Rates of dissipation of internal energy

Вид контрфорса	Диссипация внутренней энергии в угловых точках ОПР			
	3	4	5	6
Треугольная боковая поверхность	0.7713	0.7713	1.9877	1.9877
Трапецеидальная боковая поверхность	0.7374	0.7374	2.1512	2.1512

Таблица 5. Результаты расчетов контрфорсов с использованием алгоритма А3
Table 5. Results of calculations of buttresses using the A3 algorithm

Вид контр-форса	**min**μ^+, МПа	Номер АЖКЭ	Скорости обобщенных перемещений					
			v_X	v_Y	v_Z	ω_X	ω_Y	ω_Z
Треугольная боковая поверхность	**0.4597**	①	0	0	0	0	0	0
		②	0.1338	-1.057	0.2815	1.5063	0	-0.84
Трапецеидальная боковая поверхность	**0.5416**	①	0	0	0	0	0	0
		②	0.1670	-1.250	0.3392	1.4401	0	-0.80

На рис. 7а и 7б приведены результаты решения аналогичных задач с использованием ПК Лира 10.12.



а б

Рис. 7. Результаты расчетов контрфорсов по ПК Лира 10.12
Fig. 7. Results of calculations of buttresses according to PC Lira 10.12

Красные зоны – зоны растяжения, синие зоны – зоны сжатия. Максимальные растягивающие напряжения, полученные с использованием ПК Лира 10.12 для нагрузок, соответствующих **min** μ^+ в табл. 5, превышают предел прочности бетона В25 на растяжение (R_{bt}=1.05 МПа=107.07 т/м^2) – кинематический метод дает верхнюю оценку предельной нагрузки.

ВЫВОДЫ

Несущие способности бетонных кубов, определенные при различных видах нагружения, с использованием предлагаемого нами метода, согласуются с соответствующими эмпирическими данными других авторов [15-17].

Качественные картины напряженно-деформированных состояний различных контрфорсов, полученные с использованием ПК Лира 10.12, удовлетворительно согласуются с решениями этих же задач с использованием предлагаемого нами метода.

Приведенные выше результаты были получены с использованием алгоритмов и программ для ЭВМ, разработанных для исследования несущей способности однородных массивных тел при объемном напряженном состоянии, в самом общем случае. Можно предположить, что разработанные нами методы найдут свое применение в инженерной практике, в частности, в таких работах, как [8-10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Сибгатуллин Э.С., Сибгатуллин К.Э., Новоселов О.Г. Метод определения несущей способности массивных элементов конструкций // Фундаментальные исследования. 2017. № 10-1. С. 51 – 55.

[2]. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. Москва: Наука, 1988. 712 с.

[3]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. Safety Factor of Anisotropic Barsinthe Space of Generalized Forces // Mechanics of Composite Materials. 2017. Vol. 52. № 6. P. 781 – 788. DOI 10.1007/s11029-017-9629-0

[4]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. The determining of the coefficient of safety of bearing ability of anisotropic bars in the general case of their complex resistance // IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2014. Vol. 69, 012041. P. 1 – 5. DOI 10.1088/1757-899X/69/1/012041

[5]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. Estimate of strength of anisotropic bars of arbitrary cross-section in the general case of their combined stress // Mechanics of Solids. 2010. Vol. 45. № 1. P. 67 – 73. DOI 10.3103/S0025654410010103

[6]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. A technique of analyzing critical forces and moments for isotropic rods of arbitrary cross-section in the general case of their complex resistance // Russian Aeronautics. 2008. Vol. 51. № 2. P. 126 – 129. DOI 10.3103/S1068799808020049

[7]. Batnidze N.A., Sibgatullin E.S. Study of isotropic shell survivability by the analytical method // Russian Aeronautics. 2013. Vol. 56. № 2. P. 126 – 130. DOI 10.3103/S1068799813020037

[8]. Исламов К.Ф., Сибгатуллин Э.С. Рациональное армирование железобетонного купола с вырезами // «Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки». 2006. Т. 11. № 4. С. 579 – 582.

[9]. Sibgatullin E.S. The alternative fracture criterion for the energy-based theory of strength // Strength of Materials. 2001. № 2. P. 28 – 34.

[10]. Терегулов И.Г., Сибгатуллин Э.С., Маркин О.А. Предельное состояние многослойных композитных оболочек // Механика композитных материалов. 1988. № 4. С. 715 – 720.

[11]. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Часть I. Москва: Наука, 1972. 468 с.

[12]. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. Москва: Наука, 1969. 420 с.

[13]. Geniev G.A, Kurbatov A.S. Strength criteria of anisotropic materials with regard for different failure mechanisms // Strength of materials. 1991. № 12. P. 2 – 6.

[14]. Mailyan L., Yaziev S., Sabitov L. Et al. Stress-strain state of the "combined tower-reinforced concrete foundation-foundation soil" system for high-rise structure // E3S Web of Conferences: Topical Problems of Green Architecture, Civil and Environmental Engineering, TPACEE 2019, Moscow, Vol. 164. Moscow: EDP Sciences, 2020. P. 02035. DOI 10.1051/e3sconf/202016402035

[15]. Izotov V.S., Mukhametrakhimov R.Kh., Sabitov L.S. Experimental research of efficiency of disperse reinforcement of stretched zone of flexural concrete elements // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2011. № 1 (9). P. 78 – 85.

[16]. Каратаев О.Р., Сабитов Л.С., Кашапов Н.Ф. Численное моделирование совместной работы опор из тонкостенных стержней оболочек закрытого профиля со сборным железобетонным фундаментом в ПК Ansys // Вестник технологического университета 2018. Т. 21. № 12. С. 120 – 123.

REFERENCES

[1]. Sibgatullin E.S., Sibgatullin K.E., Novoselov O.G. Method for determining the bearing capacity of massive structural elements. Fundamental Research. 2017. 10-1. P. 51 – 55. (rus.)

[2]. Rabotnov Yu.N. Mechanics of a deformable solid. Moscow: Nauka, 1988. 712 p. (rus.)

[3]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. Safety Factor of Anisotropic Barsinthe Space of Generalized Forces. Mechanics of Composite Materials. 2017. 52 (6). P. 781 – 788. DOI 10.1007/s11029-017-9629-0

[4]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. The determining of the coefficient of safety of bearing ability of anisotropic bars in the general case of their complex resistance. IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2014. 69, 012041. P. 1 – 5. DOI 10.1088/1757-899X/69/1/012041

[5]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. Estimate of strength of anisotropic bars of arbitrary cross-section in the general case of their combined stress. Mechanics of Solids. 2010. 45 (1). P. 67 – 73. DOI 10.3103/S0025654410010103

[6]. Sibgatullin K.E., Sibgatullin E.S. A technique of analyzing critical forces and moments for isotropic rods of arbitrary cross-section in the general case of their complex resistance. Russian Aeronautics. 2008. 51 (2). P. 126 – 129. DOI 10.3103/S1068799808020049

[7]. Batnidze N.A., Sibgatullin E.S. Study of isotropic shell survivability by the analytical method. Russian Aeronautics. 2013. 56 (2). P. 126 – 130. DOI 10.3103/S1068799813020037

[8]. Islamov K.F., Sibgatullin E.S. Rational reinforcement of a reinforced concrete dome with cutouts. “Bulletin of the Tambov University. Series: Natural and Technical Sciences”. 2006. 11 (4). P. 579 – 582. (rus.)

[9]. Sibgatullin E.S. The alternative fracture criterion for the energy-based theory of strength. Strength of Materials. 2001. 2. P. 28 – 34.

[10]. Teregulov I.G., Sibgatullin E.S., Markin O.A. Limiting state of multilayer composite shells. Mechanics of composite materials. 1988. 4. P. 715 – 720. (rus.)

[11]. Buchholts N.N. Basic course of theoretical mechanics. Part I. Moscow: Nauka, 1972. 468 p. (rus.)

[12]. Kachanov L.M. Fundamentals of the theory of plasticity. Moscow: Nauka,1969. 420 p. (rus.)

[13]. Geniev G.A, Kurbatov A.S. Strength criteria of anisotropic materials with regard for different failure mechanisms. Strength of materials. 1991. 12. P. 2 – 6.

[14]. Mailyan L., Yaziev S., Sabitov L. Et al. Stress-strain state of the "combined tower-reinforced concrete foundation-foundation soil" system for high-rise structure. E3S Web of Conferences: Topical Problems of Green Architecture, Civil and Environmental Engineering, TPACEE 2019, Moscow, 164. Moscow: EDP Sciences, 2020. P. 02035. DOI 10.1051/e3sconf/202016402035

[15]. Izotov V.S., Mukhametrakhimov R.Kh., Sabitov L.S. Experimental research of efficiency of disperse reinforcement of stretched zone of flexural concrete elements. Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2011. 1 (9). P. 78 – 85.

[16]. Karataev O.R., Sabitov L.S., Kashapov N.F. Numerical modeling of joint work of supports made of thin-walled rods of shells of closed profile with precast reinforced concrete foundation in PC Ansys. Bulletin of the Technological University 2018. 21 (12). P. 120 – 123. (rus.)

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Новоселов О.Г., e-mail: OlGNovoselov@mail.ru, тел. +7(917)265-65-80, ORCID ID: 0000-0001-8810-0732, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57193998871, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федеральногоый университета, кафедра «Технологии строительства и управления недвижимостью», старший преподаватель

Сабитов Л.С., e-mail: l.sabitov@bk.ru, тел. +7(937)774-07-00, ORCID ID: 0000-0001-7381-9752, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57079229700, Казанский (Приволжский) федеральный университет, кафедра «Конструктивно-дизайнерское проектирование», Казанский государственный энергетический университет, кафедра «Энергообеспечение предприятий, строительство зданий и сооружений», доктор технических наук, профессор

Сибгатуллин К.Э., e-mail: KESibgatullin@ksu.ru, тел. +7(855)271-25-77, ORCID ID: 0000-0001-5147-5485, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24512656900, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета, кафедра «Промышленного, гражданского строительства и строительных материалов», кандидат технических наук, доцент

Сибгатуллин Э.С., e-mail: ESSibgatullin@ksu.ru, тел. 7(8552)712577, ORCID ID: 0000-0002-2080-4140, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6507564800, Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета, кафедра «Промышленного, гражданского строительства и строительных материалов», доктор физико-математических наук, профессор

Клюев А.В., e-mail: Klyuyevav@yandex.ru, тел. +7(929)003-58-18, ORCID ID: 0000-0003-0845-8414 SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56567996100, Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, кафедра теоретической механики и сопротивления материалов, кандидат технических наук, доцент

Клюев С.В., e-mail: Klyuyev@yandex.ru, тел. +7(951) 139-63-27, ORCID ID: 0000-0002-1995-6139, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57212454175, Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, кафедра теоретической механики и сопротивления материалов, кандидат технических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, ведущий научный сотрудник

Шорстова Е.С., e-mail: kuzik alena@mail.ru, тел. +7 (915)525-41-33, ORCID ID: 0000-0003-4031-0989, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57200376413, Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, кафедра теоретической механики и сопротивления материалов, кандидат технических наук, ассистент

Novoselov O.G., e-mail: OlGNovoselov@mail.ru, tel.: +7(917)265-65-80, ORCID ID: 0000-0001-8810-0732, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57193998871, Naberezhnye Chelny Branch of Kazan (Volga Region) Federal University, Senior Lecturer

Sabitov L.S., e-mail: l.sabitov@bk.ru, tel.: +7(937)774-07-00, ORCID ID: 0000-0001-7381-9752, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57079229700, Kazan (Volga Region) Federal University, Department of Structural and Design Engineering, Doctor of Engineering Sciences (Advanced Doctor), Professor

Sibgatullin K.E., e-mail: KESibgatullin@ksu.ru, тел. +7(855)271-25-77, ORCID ID: 0000-0001-5147-5485, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24512656900, Naberezhnye Chelny Branch of Kazan (Volga Region) Federal University, Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Associate Professor

Sibgatullin E.S., e-mail: ESSibgatullin@ksu.ru, тел. 7(8552)712577, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-2080-4140, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6507564800, Naberezhnye Chelny Branch of Kazan (Volga Region) Federal University, Doctor of Physical and Mathematical Sciences (Advanced Doctor), Professor

Klyuev A.V., e-mail: Klyuyevav@yandex.ru, tel.: +7(929)003-58-18, ORCID ID: 0000-0003-0845-8414 SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56567996100, Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Department of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials, Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Associate Professor

Klyuev S.V., e-mail: Klyuyev@yandex.ru, tel. +7(951)139-63-27, ORCID ID: 0000-0002-1995-6139, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57212454175, Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Department of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials, Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Associate Professor, Kazan (Volga Region) Federal University, Leading Research Officer

Shorstova E.S., e-mail: kuzik alena@mail.ru, tel. +7 (915)525-41-33, ORCID ID: 0000-0003-4031-0989, SCOPUS ID: https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57200376413, Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Department of Theoretical Mechanics and Resistance of Materials, Candidate of Engineering Sciences (Ph.D.), Assistant Professor

Поступила в редакцию 12 января 2023 г.
Принята в доработанном виде 6 марта 2023 г.
Одобрена для публикации 3 апреля 2023 г.

Received: January 12, 2023
Revised: March 6, 2023
Accepted: April 3, 2023